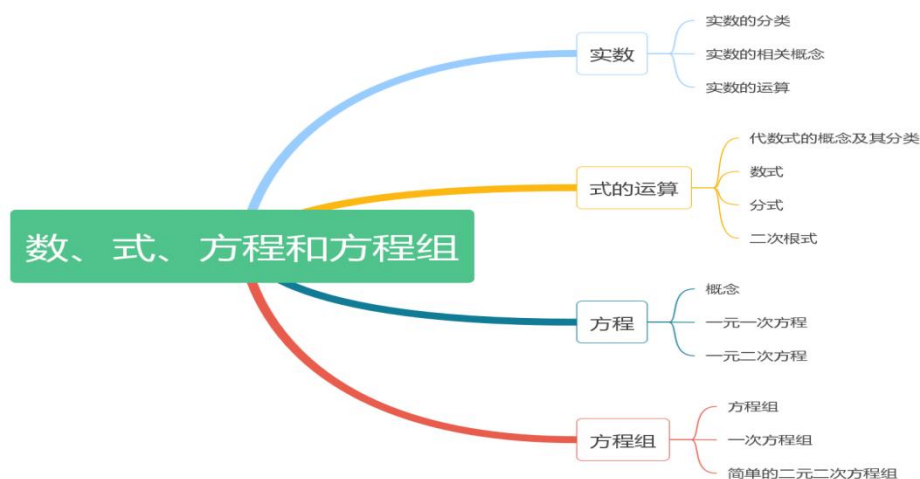


成人高考高起点升专科数学（理） 考点汇编

第一章 数、式、方程和方程组（预备知识）



考点一 实数

掌握实数的分类、实数的运算，包括加减乘除，开方、乘方、混合运算等，了解实数的运算律，交换律，结合律，分配率。

考点二 式的运算

掌握代数式的概念及其分类，了解整式以及整式的运算，常用的乘法公式，包括平方差公式、完全平方公式、立方和、差公式、完全立方公式，掌握多项式的因式分解、分式、二次根式的简单运算。

常用公式总结：

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

考点三 方程

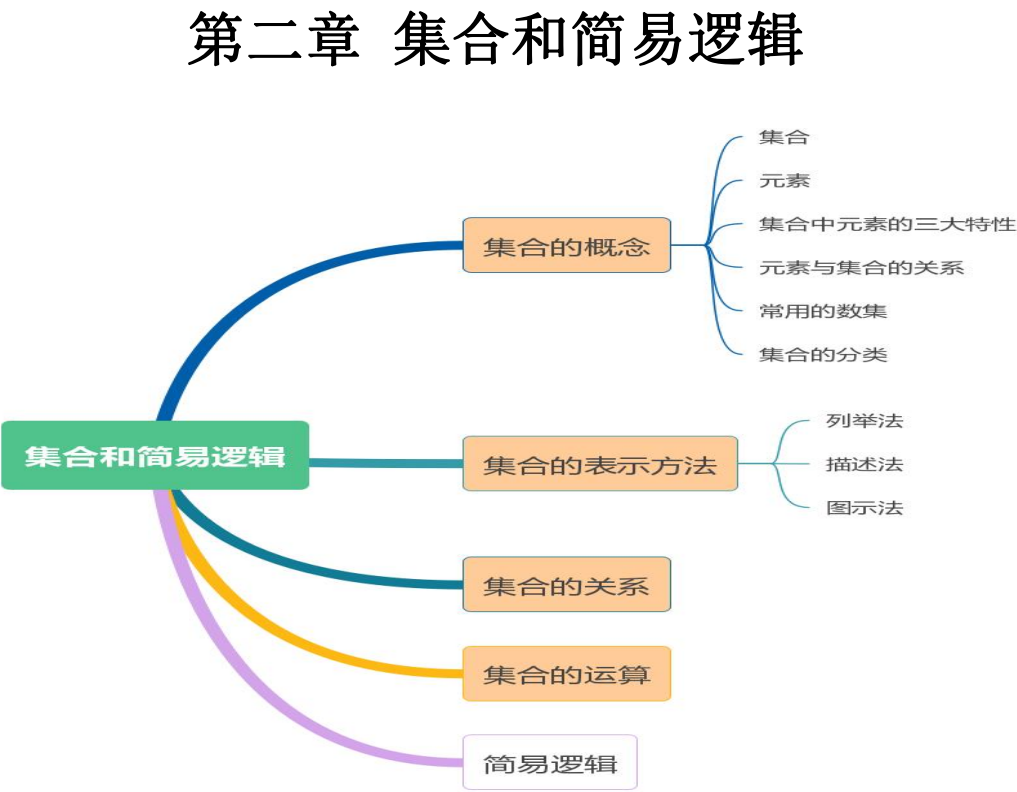
掌握方程的概念，一元一次方程的解法步骤，一元二次方程的解法。

一元二次方程求根公式：

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

考点四 方程组

掌握方程组的概念以及一次方程组的解法、简单的二元二次方程组的解法。



考点一 集合的概念

集合的概念：强调——共同属性、全体

考点二 集合的表示方法

元素与集合的关系： $x\in A$ 或 $x\notin A$

考点三 集合的关系

列举法、描述法、图示法

考点四 集合的运算

1、由所有既属于集合A又属于集合B的元素所组成的集合，叫做集合A和集合B的交集，记作 $A \cap B$ ，读作“A交B”（求公共元素） $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且} x \in B\}$

2、由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合，叫做集合A和集合B的并集，记作 $A \cup B$ ，读作“A并B”（求全部元素） $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或} x \in B\}$

3、如果已知全集为U，且集合A包含于U，则由U中所有不属于A的元素组成的集合，叫做集合A的补集 $C_U A$ ，记作，读作“A补” $= \{x | x \in U, \text{且} x \notin A\}$

解析：集合的交集或并集主要以列举法或不等式的形式出现

考点五 简易逻辑

在一个数学命题中，往往由条件A和结论B两部分构成，写成“如果A成立，那么B成立”。

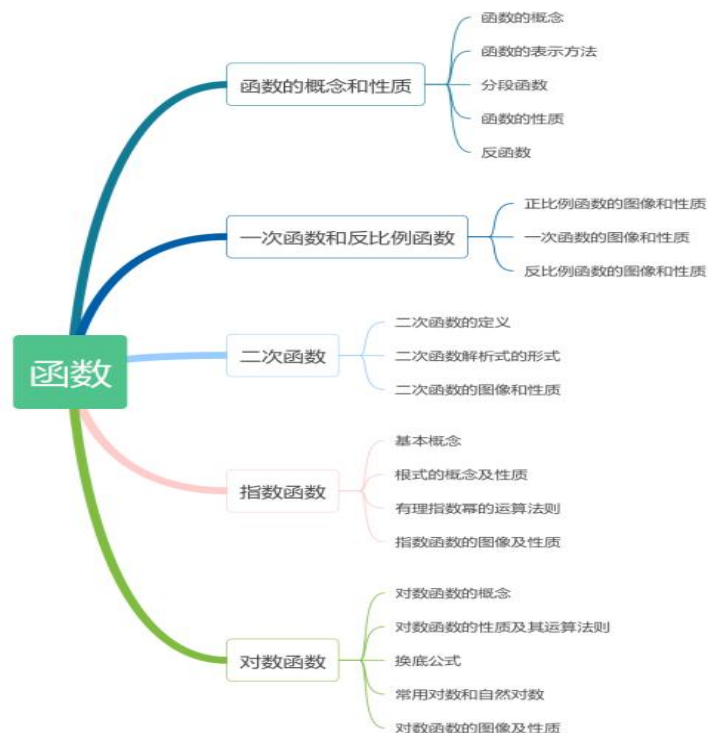
充分条件：如果A成立，那么B成立，记作“ $A \rightarrow B$ ”“A推出B，B不能推出A”。

必要条件：如果B成立，那么A成立，记作“ $A \leftarrow B$ ”“B推出A，A不能推出B”。

充要条件：如果 $A \rightarrow B$ ，又有 $A \leftarrow B$ ，记作“ $A \leftrightarrow B$ ”“A推出B，B推出A”。

解析：分析A和B的关系，是A推出B还是B推出A，然后进行判断

第三章 函数



考点一 函数的概念与性质

考点：函数的定义域和值域

定义：x 的取值范围叫做函数的定义域；y 的值的集合叫做函数的值域

求定义域：

$$y = kx + b$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{一般形式的定义域：} x \in \mathbb{R}$$

$$y = \frac{k}{x} \quad \text{分式形式的定义域：} x \neq 0$$

$$y = \sqrt{x} \quad \text{根式形式的定义域：} x \geq 0$$

$$y = \log_a x \quad \text{对数形式的定义域：} x > 0$$

解析：考试时一般会求结合两种形式的定义域，分开最后求交集（公共部分）即可

考点：函数的单调性

在 $y = f(x)$ 定义在某区间上任取 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，相应得出 $f(x_1), f(x_2)$ 如果：

1、 $f(x_1) < f(x_2)$ ，则函数 $y = f(x)$ 在此区间上是单调增加函数，或增函数，此区间叫做函数的单调递增区间。随着 x 的增加，y 值增加，为增函数。

2、 $f(x_1) > f(x_2)$ ，则函数 $y = f(x)$ 在此区间上是单调减少函数，或减函数，此区间叫做函数的单调递减区间。随着 x 的增加，y 值减少，为减函数。

解析：分别在其定义区间上任取两个值，代入，如果得到的 y 值增加了，为增函数；相反为减函数。

考点：函数的奇偶性

定义：设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D ，如果对任意的 $x \in D$ ，有 $-x \in D$ 且：

1、 $f(-x) = -f(x)$ ，则称 $f(x)$ 为奇函数，奇函数的图像关于原点对称

2、 $f(-x) = f(x)$ ，则称 $f(x)$ 为偶函数，偶函数的图像关于 y 轴对称

解析：判断时先令 $x = -x$ ，如果得出的 y 值是原函数，则是偶函数；如果得出的 y 值是原函数的相反数，则是奇函数；否则就是非奇非偶函数。

考点二 一次函数和反比例函数

定义：函数 $y = kx + b$ 叫做一次函数，其中 k, b 为常数，且 $k \neq 0$ 。当 $b=0$ 是， $y = kx$ 为正比例函数，图像经过原点。

当 $k>0$ 时，图像主要经过一三象限；当 $k<0$ 时，图像主要经过二四象限

考点：反比例函数

定义： $y = \frac{k}{x}$ 叫做反比例函数

定义域： $x \neq 0$

是奇函数

当 $k>0$ 时，函数在区间 $(-\infty, 0)$ 与区间 $(0, +\infty)$ 内是减函数

当 $k<0$ 时，函数在区间 $(-\infty, 0)$ 与区间 $(0, +\infty)$ 内是增函数

考点三 二次函数

定义： $y = ax^2 + bx + c$ 为二次函数，其中 a, b, c 为常数，且 $a \neq 0$ ，当 $a>0$ 时，其性质如下：

定义域：二次函数的定义域为 $\mathbb{R}$

图像：顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ，对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ ，图像为开口向上的抛物线，如

果 $a<0$ ，为开口向下的抛物线

单调性： $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ 单调递减， $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ 单调递增；当 $a<0$ 时相反。

最大值、最小值： $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$ 为最小值；当 $a<0$ 时 $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$ 取最大值

韦达定理： $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

考点四 指数函数

定义：函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 叫做指数函数

定义域：指数函数的定义域为 $\mathbb{R}$

性质：

$$a^0 = 1, a^1 = a$$

$$a^x > 0$$

图像：经过点 $(0, 1)$ ，当 $a > 1$ 时，函数单调递增，曲线左方与 x 轴无限靠近；当 $0 < a < 1$ 时，函数单调递减，曲线右方可与 x 轴无限靠近。

考点五 对数函数

定义：函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 叫做对数函数

定义域：对数函数的定义域为 $(0, +\infty)$

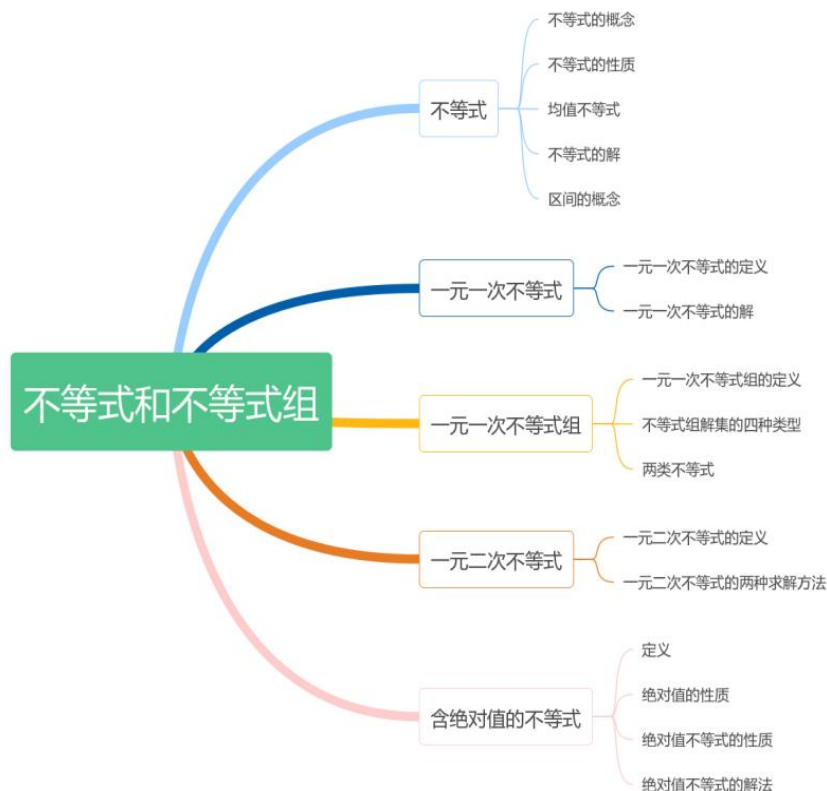
性质：

$$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$$

零和负数没有对数

图像：经过点 $(1, 0)$ ，当 $a > 1$ 时，函数单调递增，曲线下方与 y 轴无限靠近；当 $0 < a < 1$ 时，函数单调递减，曲线上方与 y 轴无限靠近。

第四章 不等式和不等式组



考点一 不等式

如果 $a > b$, 那么 $b < a$; 反之, 如果 $b > a$, 那么 $a < b$ 成立

如果 $a > b$, 且 $b > c$, 那么 $a > c$

如果 $a > b$, 存在一个 c (c 可以为正数、负数或一个整式), 那么 $a+c > b+c$, $a-c > b-c$

如果 $a > b$, $c > 0$, 那么 $ac > bc$ (两边同乘、除一个正数, 不等号不变)

如果 $a > b$, $c < 0$, 那么 $ac < bc$ (两边同乘、除一个负数, 不等号变号)

如果 $a > b > 0$, 那么 $a^2 > b^2$

如果 $a > b > 0$, 那么 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$; 反之, 如果 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 那么 $a > b$

解析: 不等式两边同加或同乘主要用于解一元一次不等式或一元二次不等式移项和合并同类项方面

考点二 一元一次不等式

定义: 只有一个未知数, 并且未知数的最好次数是一次的的不等式, 叫一元一次不等式。

解法: 移项、合并同类项 (把含有未知数的移到左边, 把常数项移到右边, 移了之后符号要发生改变)。

如: $6x+8 > 9x-4$, 求 x ? 把 x 的项移到左边, 把常数项移到右边, 变成 $6x-9x > -4-8$, 合并同类项之后得 $-3x > -12$, 两边同除 -3 得 $x < 4$ (记得改变符号)。

考点三 一元一次不等式组

定义：由几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组

解法：求出每个一元一次不等式的值，最后求这几个一元一次不等式的交集（公共部分）。

考点四 一元二次不等式

定义：含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式，叫做一元二次不等式。如：

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ 与 } ax^2 + bx + c < 0 \quad (a > 0)$$

解法：求 $ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$ 为例)

步骤：（1）先令 $ax^2 + bx + c = 0$ ，求出 x （三种方法：求根公式、十字相乘法、配方法）

求根公式：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

十字相乘法：如： $6x^2 - 7x - 5 = 0$ 求 x ？

解析：左边两个相乘等于 x^2 前的系数，右边两个相乘等于常数项，交叉相乘后相加等于 x 前的系数，如满足条件即可分解成： $(2x+1) \times (3x-5) = 0$ ，两个数相乘等于 0，只有当 $2x+1=0$

或 $3x-5=0$ 的时候满足条件，所以 $x = -\frac{1}{2}$ 或 $x = \frac{5}{3}$ 。

配方法

（2）求出 x 之后，“ $>$ ”取两边，“ $<$ ”取中间，即可求出答案。注意：当 $a < 0$ 时必须要不等式两边同乘 -1 ，使得 $a > 0$ ，然后用上面的步骤来解。

考点五 含绝对值的不等式

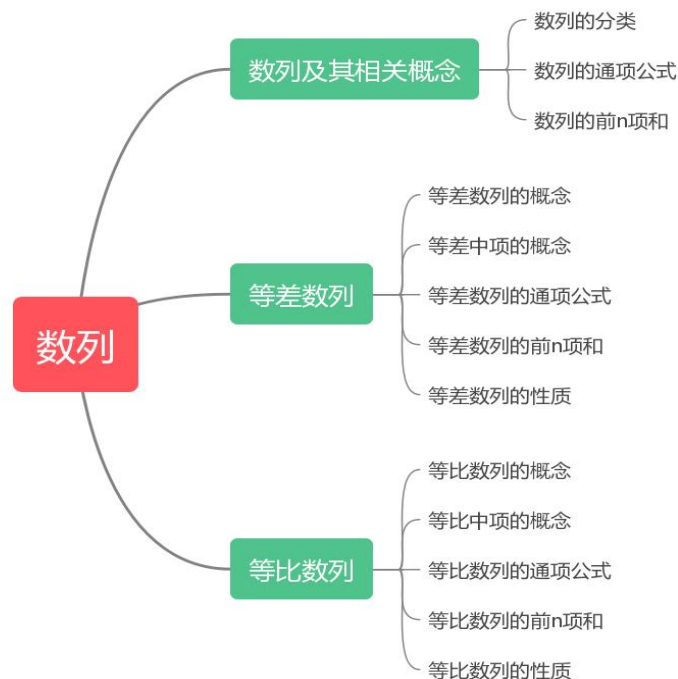
定义：含有绝对值符号的不等式，如： $|x| < a$ ， $|x| > a$ 型不等式及其解法。

简单绝对值不等式的解法： $|x| < a$ 的解集是 $\{x | -a < x < a\}$ ，取中间，在数轴上表示所有与原点的距离小于 a 的点的集合； $|x| > a$ 的解集是 $\{x | x > a \text{ 或 } x < -a\}$ ，取两边，在数轴上表示所有与原点的距离大于 a 的点的集合。

复杂绝对值不等式的解法： $|ax+b| < c$ ，相当于解不等式 $-c < ax+b < c$ ，不等式三边同时减去 b ，再同时除以 a （注意，当 $a < 0$ 的时候，不等号要改变方向）； $|ax+b| > c$ 相当于解不等式 $ax+b > c$ 或 $ax+b < -c$ ，解法同一元一次不等式一样。

解析：主要搞清楚取中间还是取两边，取中间是连起来的，取两边有“或”

第五章 数列



考点一 数列及其相关概念

定义：如果一个数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与项数 n 之间的函数关系可以用一个公式来表示，这个公式就叫做这个数列的通项公式。 S_n 表示前 n 项之和，即 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ ，他们有以下关系：

$$\begin{cases} a_1 = S_1 \\ a_n = S_n - S_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

备注：这个公式主要用来求 a_n ，当不知道是什么数列的情况下。如果满足 $a_{n+1} - a_n = d$ 则是等差数列，如果满足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$ 则是等比数列，判断出来之后可以直接用以下等差数列或等比数列的知识点来求。

考点二 等差数列

定义：从第二项开始，每一项与它前一项的差等于同一个常数，叫做等差数列，常数叫公差，用 d 表示。 $a_{n+1} - a_n = d$

1、等差数列的通项公式是： $a_n = a_1 + (n-1)d$

2、前 n 项和公式是：
$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$$

3、等差中项：如果 a, A, b 成差数列，那么 A 叫做 a 与 b 的等差中项，且有

$$A = \frac{a+b}{2}$$

考点三 等比数列

定义：从第二项开始，每一项与它前一项的比等于同一个常数，叫做等比数列，常数叫公比，

用 q 表示。
$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

1、等比数列的通项公式是 $a_n = a_1 q^{n-1}$ ，

2、前 n 项和公式是：
$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} \quad (q \neq 1)$$

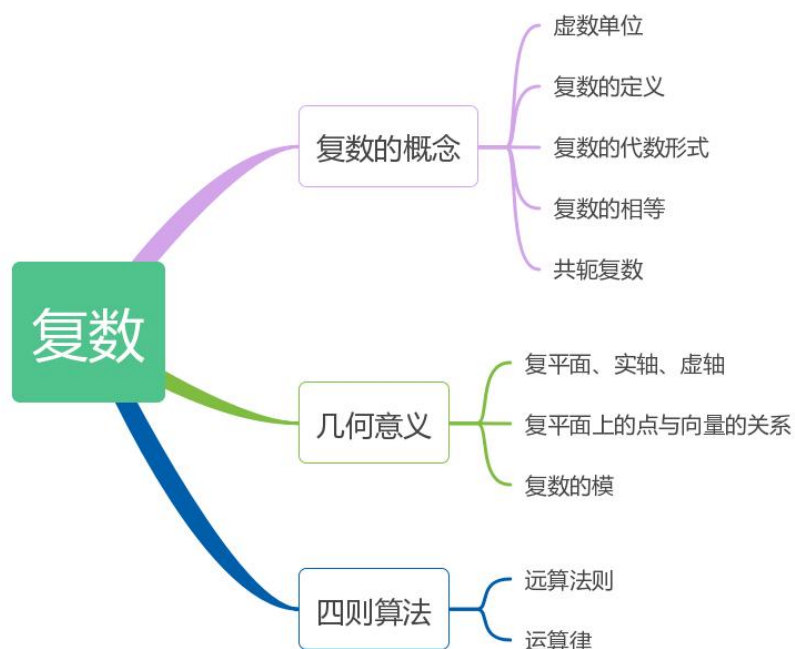
3、等比中项：如果 a, B, b 成比数列，那么 B 叫做 a 与 b 的等比中项，且有

$$B = \pm\sqrt{ab}$$

重点：若 $m, n, p, q \in \mathbb{N}$ ，且 $m+n = p+q$ ，那么：当数列 $\{a_n\}$ 是等差数列时，有

$a_m + a_n = a_p + a_q$ ；当数列 $\{a_n\}$ 是等比数列时，有 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

第六章 复数



考点一 复数的概念

1. 复数的相等: $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c, b=d$. ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

2. 复数 $z=a+bi$ 的模 (或绝对值): $|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$. 实部: a ; 虚部: b

考点二 几何意义

掌握复数在复平面的表示即可, 以及掌握复平面上的点与向量的关系、复数的模的计算

考点三 四则运算

复数的四则运算法则 ($i^2=-1$)

$$(1) (a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i; (2) (a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i;$$

$$(3) (a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i;$$

$$(4) (a+bi) \div (c+di) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i (c+di \neq 0)$$

第七章 导数



考点一 函数的极限

了解函数求极限的计算方法、左右极限的概念即可

考点二 函数的连续

掌握连续性的定义，了解左右连续的定理

考点三 导数的概念与几何意义

利用几何意义求曲线的切线方程：函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的导数的几何意义就是曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率，也就是说，曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率是 $f'(x_0)$ ，切线方程为 $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ 。

考点四 导数的运算

(1) 公式

$$C' = 0 \quad (C \text{ 为常数}) \quad (x^n)' = nx^{n-1} \quad (n \in \mathbb{R}) \quad (\sin x)' = \cos x \quad (\cos x)' = -\sin x \quad (e^x)' = e^x$$

(2) 求导数的四则运算法则：(其中 u, v 必须是可导函数.)

$$(u \pm v)' = u' \pm v' \Rightarrow y = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x) \Rightarrow y' = f_1'(x) + f_2'(x) + \dots + f_n'(x)$$

$$(uv)' = vu' + v'u \Rightarrow (cv)' = c'v + cv' = cv' \quad (c \text{ 为常数}) \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2} \quad (v \neq 0)$$

考点五 导数的应用

判断函数单调性. 求极值. 求最值:

1. 函数单调性的判定方法: 设函数 $y = f(x)$ 在某个区间内可导, 如果 $f'(x) > 0$, 则 $y = f(x)$ 为增函数; 如果 $f'(x) < 0$, 则 $y = f(x)$ 为减函数

2. 极值的判别方法: (极值是在 x_0 附近所有的点, 都有 $f(x) < f(x_0)$, 则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的极大值, 极小值同理) 当函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续时,

①如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x) > 0$, 右侧 $f'(x) < 0$, 那么 $f(x_0)$ 是极大值;

②如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x) < 0$, 右侧 $f'(x) > 0$, 那么 $f(x_0)$ 是极小值.

也就是说 x_0 是极值点的充分条件是 x_0 点两侧导数异号, 而不是 $f'(x) = 0$ ①. 此外, 函数不可导的点也可能是函数的极值点 ②. 当然, 极值是一个局部概念, 极值点的大小关系是不确定的, 即有可能极大值比极小值小 (函数在某一点附近的点不同).

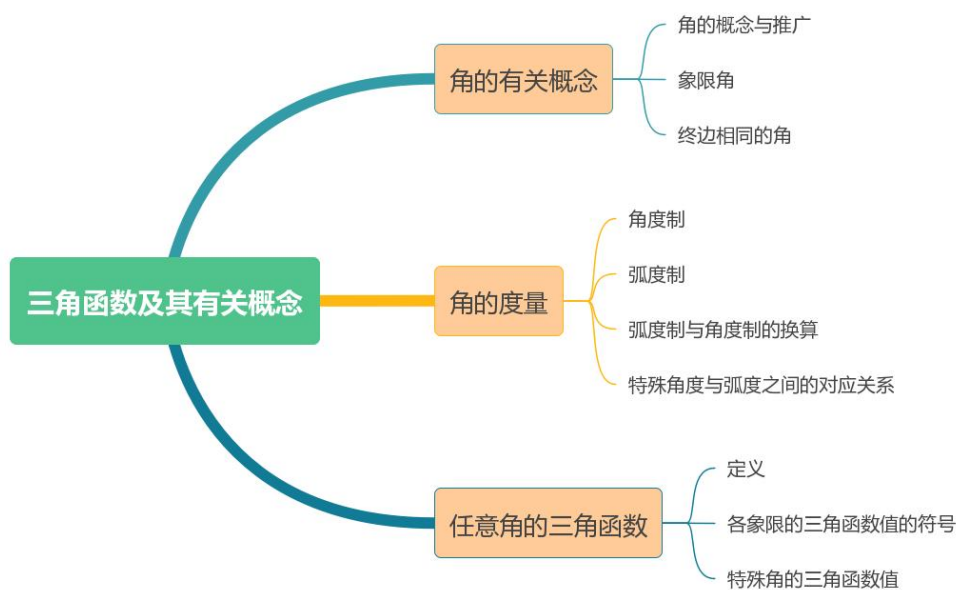
注①: 若点 x_0 是可导函数 $f(x)$ 的极值点, 则 $f'(x) = 0$. 但反过来不一定成立. 对于可导函数, 其一点 x_0 是极值点的必要条件是若函数在该点可导, 则导数值为零. 例如: 函数 $y = f(x) = x^3$, $x = 0$ 使 $f'(x) = 0$, 但 $x = 0$ 不是极值点.

②例如: 函数 $y = f(x) = |x|$, 在点 $x = 0$ 处不可导, 但点 $x = 0$ 是函数的极小值点.

3. 极值与最值的区别: 极值是在局部对函数值进行比较, 最值是在整体区间上对函数值进行比较.

注: 函数的极值点一定要有意义.

第八章 三角函数及其有关概念



考点一 角的有关概念

终边相同的角

在一个平面内做一条射线，逆时针旋转得到一个正角 α ，顺时针旋转得到一个负角 β ，不旋转得到一个零角。

终边相同的角

$$\{ \mid \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z} \}$$

角度和弧度的转换：

$$180^\circ = \pi \text{ 弧度}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ 弧度}$$

考点二 角的度量

弧度制：等于半径长的圆弧所对的圆心角称为 1 弧度的角， α 表示角， l 表示 α 所对的弧长，

$$r \text{ 表示半径，则： } |\alpha| = \frac{l}{r}$$

考点三 任意角的三角函数

定义：在平面直角坐标系中，设 $P(x, y)$ 是角 α 的终边上的任意一点，且原点到该点的距离为 r ($r = \sqrt{x^2 + y^2}, r > 0$)，则比值

$$\frac{y}{r}, \frac{x}{r}, \frac{y}{x}, \frac{x}{y}, \frac{r}{x}, \frac{r}{y}$$

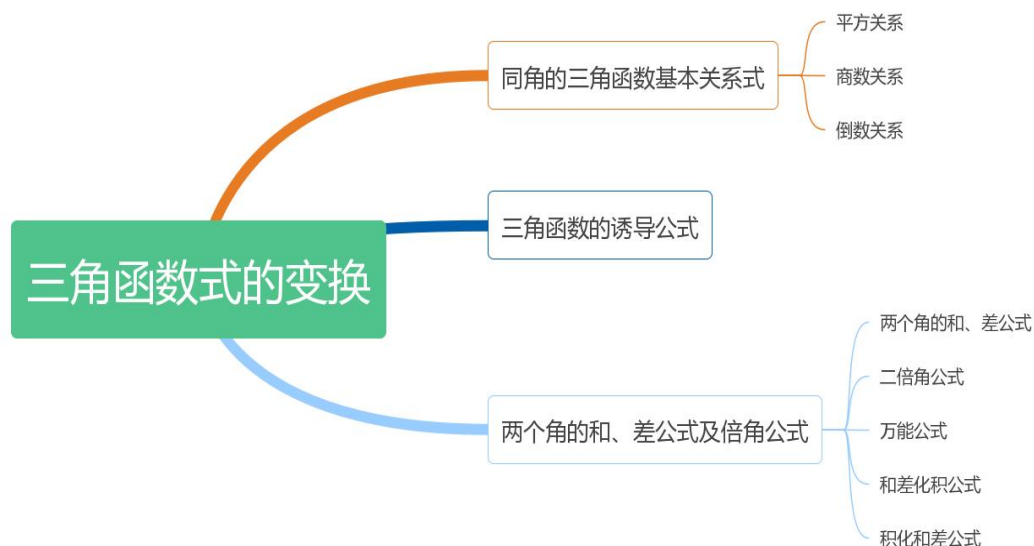
分别叫做角 α 的正弦、余弦、正切、余切、正割、余割，即

$$\sin a = \frac{y}{r}, \cos a = \frac{x}{r}, \tan a = \frac{y}{x}, \cot a = \frac{x}{y}, \sec a = \frac{r}{x}, \csc a = \frac{r}{y}$$

特殊角的三角函数值

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	0	不存在
$\cot \alpha$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	不存在	0

第九章 三角函数的变换



考点一 同角的三角函数基本关系式

平方关系是: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$, $1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$;

倒数关系是: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$, $\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$, $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$;

商数关系是: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 。

考点二 三角函数的诱导公式

考点: 诱导公式

1、第一组: 函数同名称, 符号看象限

$$\begin{aligned} \sin(180^\circ + a) &= -\sin a, & \cos(180^\circ + a) &= -\cos a, & \tan(180^\circ + a) &= \tan a, & \cot(180^\circ + a) &= \cot a \\ \sin(180^\circ - a) &= \sin a, & \cos(180^\circ - a) &= -\cos a, & \tan(180^\circ - a) &= -\tan a, & \cot(180^\circ - a) &= -\cot a \\ \sin(360^\circ - a) &= -\sin a, & \cos(360^\circ - a) &= \cos a, & \tan(360^\circ - a) &= -\tan a, & \cot(360^\circ - a) &= -\cot a \\ \sin(k360^\circ + a) &= \sin a, & \cos(k360^\circ + a) &= \cos a, & \tan(k360^\circ + a) &= \tan a, & \cot(k360^\circ + a) &= \cot a \\ \sin(-a) &= -\sin a, & \cos(-a) &= \cos a, & \tan(-a) &= -\tan a, & \cot(-a) &= -\cot a \end{aligned}$$

2、第二组: 变为余函数, 符号看象限

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ + a) &= \cos a, & \cos(90^\circ + a) &= -\sin a, & \tan(90^\circ + a) &= -\cot a, & \cot(90^\circ + a) &= -\tan a \\ \sin(90^\circ - a) &= \cos a, & \cos(90^\circ - a) &= \sin a, & \tan(90^\circ - a) &= \cot a, & \cot(90^\circ - a) &= \tan a \\ \sin(270^\circ - a) &= -\cos a, & \cos(270^\circ - a) &= -\sin a, & \tan(270^\circ - a) &= \cot a, & \cot(270^\circ - a) &= \tan a \\ \sin(270^\circ + a) &= -\cos a, & \cos(270^\circ + a) &= \sin a, & \tan(270^\circ + a) &= -\cot a, & \cot(270^\circ + a) &= -\tan a \end{aligned}$$

考点三 两个角的和、差公式及倍角公式

1、两角和、差: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

2、倍角公式: $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2a = \sin a \cdot \cos a$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

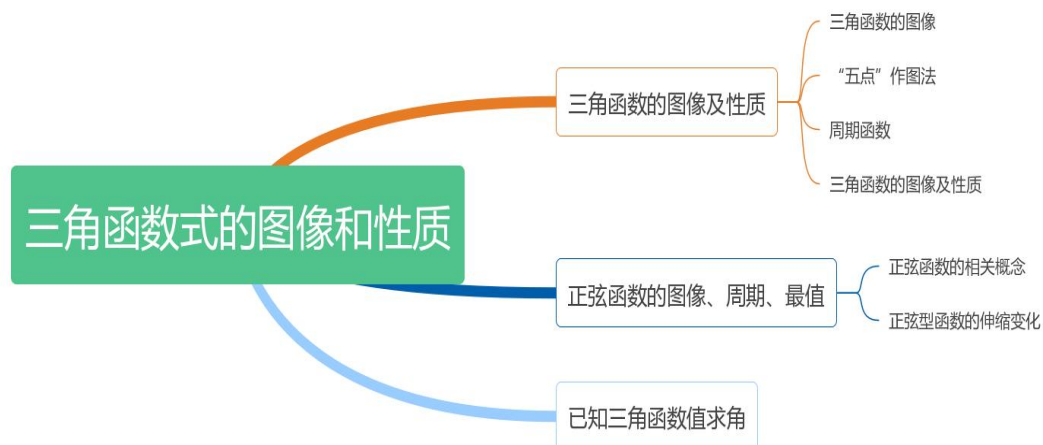
$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}。$$

这个公式很重要, 特别记得凡是出现三角函数平方的都要用到余弦的倍角公式, 出现 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 的都要用到 $\sin 2\alpha$, 此考点主要在考函数的周期公式用到。

3、辅助公式: $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi)$, $\tan \varphi = \frac{b}{a}$, 这个公式一般在求最大

值或最小值时用。

第十章 三角函数的图像和性质



考点一 三角函数的图像及性质

$y = \sin x$ 的递增区间是 $\left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$ ，递减区间是

$\left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$ ；

$y = \sin x$ 为奇函数，一般判断函数的奇偶性会考到。

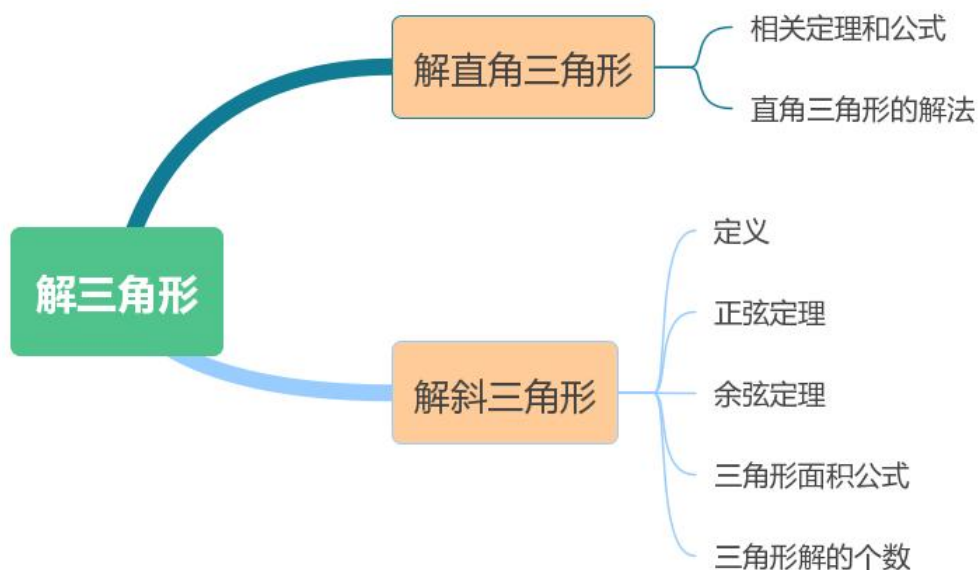
考点二 正弦函数的图像、周期、最值

标准型	周期公式	最大值	最小值
$y = A \sin(\omega x + \varphi) + k$	$T = \frac{2\pi}{ \omega }$	$k + A $	$k - A $
$y = A \cos(\omega x + \varphi) + k$	$T = \frac{2\pi}{ \omega }$	$k + A $	$k - A $
$y = A \tan(\omega x + \varphi) + k$	$T = \frac{\pi}{ \omega }$	无最大值	无最小值

考点三 已知三角函数值求角

掌握反三角函数的概念，并记住一些特殊角度之间的转换即可

第十一章 解三角形



考点一 解直角三角形

掌握勾股定理以及直角三角形的基本概念，学会角度之间的转化即可

考点二 解斜三角形

考点：余弦定理（已知两边一角）

由余弦定理第一种形式： $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

由余弦定理第二种形式： $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

考点：正弦定理（已知两角一边）

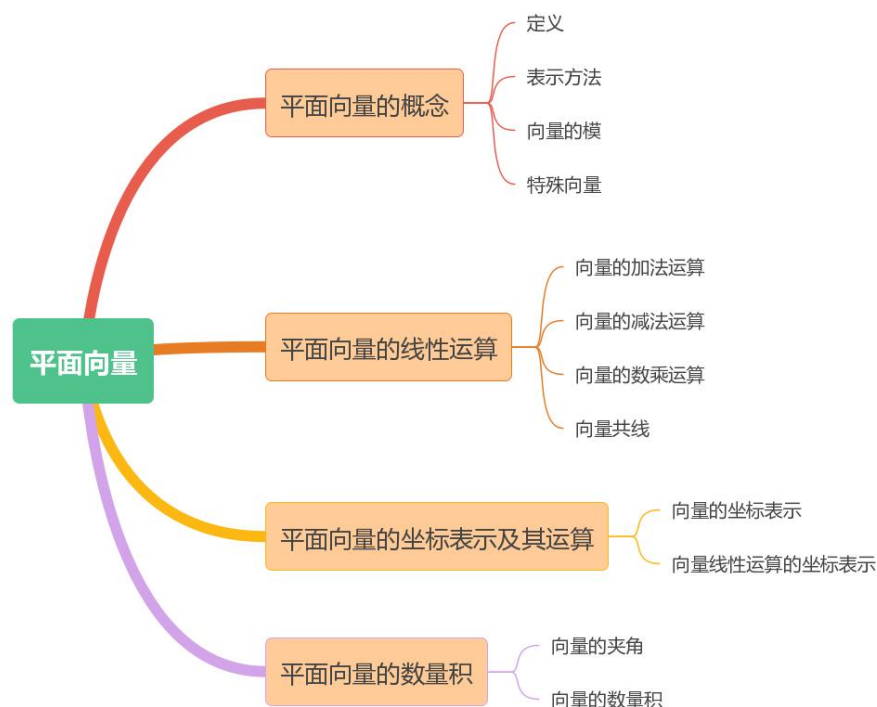
正弦定理（其中 R 表示三角形的外接圆半径）： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

考点：面积公式（已知两边夹角求面积）

已知 $\triangle ABC$, A 角所对的边长为 a , B 角所对的边长为 b , C 角所对的边长为 c , 则三角形的面积如下：

$$S_{\triangle abc} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}bc \sin A$$

第十二章 平面向量



考点一 平面向量的概念

了解平面向量的基本概念即可

考点二 平面向量的线性运算

了解平面向量的线性运算法则

考点三 平面向量的坐标表示及其运算

平面向量的坐标运算

(1) 设 $\mathbf{a}=(x_1, y_1)$, $\mathbf{b}=(x_2, y_2)$, 则 $\mathbf{a}+\mathbf{b}=(x_1+x_2, y_1+y_2)$.

(2) 设 $\mathbf{a}=(x_1, y_1)$, $\mathbf{b}=(x_2, y_2)$, 则 $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(x_1-x_2, y_1-y_2)$.

(3) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(x_2-x_1, y_2-y_1)$.

(4) 设 $\mathbf{a}=(x, y)$, $\lambda \in R$, 则 $\lambda \mathbf{a}=(\lambda x, \lambda y)$.

(5) 设 $\mathbf{a}=(x_1, y_1)$, $\mathbf{b}=(x_2, y_2)$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=x_1 x_2+y_1 y_2$.

考点四 平面向量的数量积

1. 平面向量基本定理: 如果 e_1, e_2 是同一平面内的两个不共线向量, 那么对于这一平面内的任一向量, 有且只有一对实数 λ_1, λ_2 , 使得 $a = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$. 不共线的向量叫做表示这一平面内所有向量的一组基底.

2. 向量平行的坐标表示: 设 $a = (x_1, y_1), b = (x_2, y_2)$, 则 $a \parallel b \Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$.

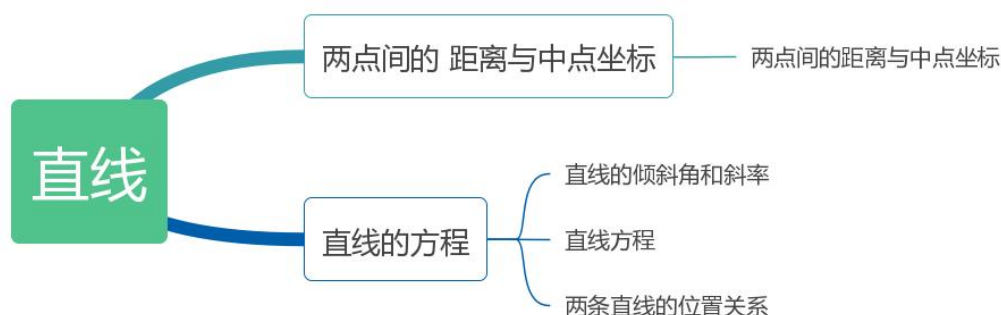
3. a 与 b 的数量积 (或内积) $a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$.

4. $a \cdot b$ 的几何意义: 数量积 $a \cdot b$ 等于 a 的长度 $|a|$ 与 b 在 a 的方向上的投影 $|b| \cos \theta$ 的乘积.

5. 两向量的夹角公式

$$\cos \theta = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}} \quad (a = (x_1, y_1), b = (x_2, y_2)).$$

第十三章 直线



考点一 两点间的距离与中点公式

平面两点间的距离公式

$$d_{A,B} = |\overline{AB}| = \sqrt{\overline{AB} \cdot \overline{AB}} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (\text{其中 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)).$$

线段的中点坐标公式

设 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P(x, y)$ 是线段 $P_1 P_2$ 的中点, 则

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

考点二 直线的方程

斜率公式: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ($P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$).

直线的五种方程

(1) 点斜式 $y - y_1 = k(x - x_1)$ (直线 l 过点 $P_1(x_1, y_1)$, 且斜率为 k).

(2) 斜截式 $y = kx + b$ (b 为直线 l 在 y 轴上的截距).

(3) 两点式 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ ($y_1 \neq y_2$) ($P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ ($x_1 \neq x_2$)).

(4) 截距式 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (a, b 分别为直线的横、纵截距, $a, b \neq 0$)

(5) 一般式 $Ax + By + C = 0$ (其中不同时为 0).

两条直线的平行和垂直

(1) 若 $l_1: y = k_1x + b_1, l_2: y = k_2x + b_2$

① $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$; ② $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$.

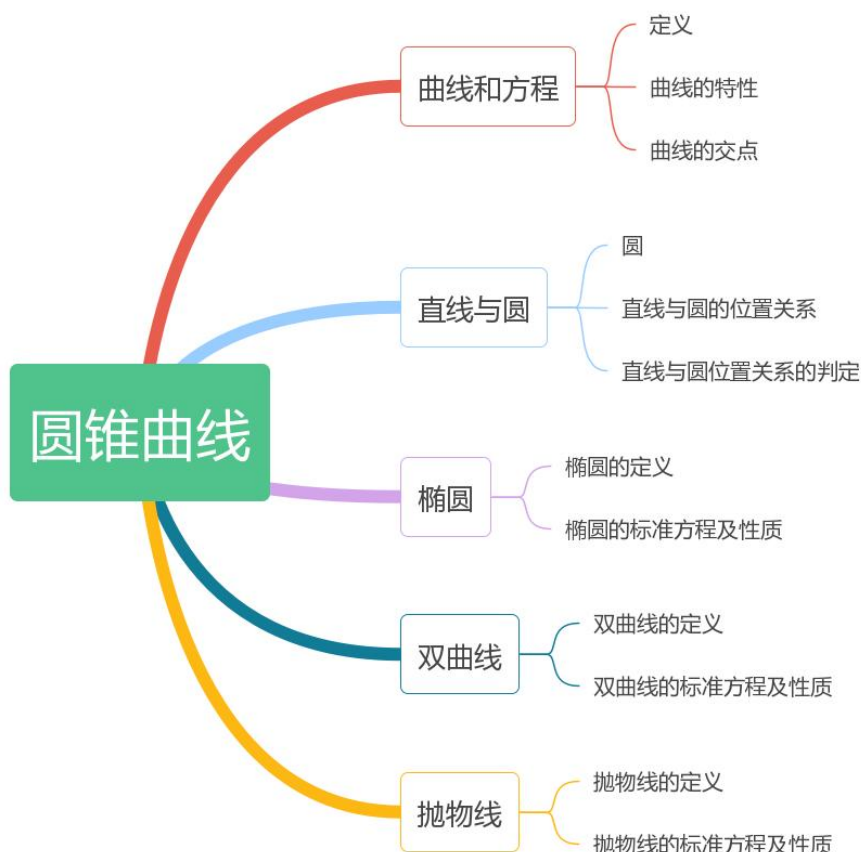
(2) 若 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0, l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$, 且 C_2 都不为零,

① $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$; ② $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$;

夹角公式: $\tan \alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$. ($l_1: y = k_1x + b_1, l_2: y = k_2x + b_2, k_1 k_2 \neq -1$)

点到直线的距离公式: $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (点 $P(x_0, y_0)$, 直线 $l: Ax + By + C = 0$).

第十四章 圆锥曲线



考点一 曲线和方程

点在曲线上，则点的坐标满足曲线的方程。

求曲线与曲线的交点，将曲线方程联立方程组求解，以方程的解为坐标即为交点坐标。

考点二 直线与圆

圆的三种方程

(1) 圆的标准方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

(2) 圆的一般方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ ($D^2 + E^2 - 4F > 0$).

(3) 圆的参数方程
$$\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases}$$

直线与圆的位置关系：直线 $Ax + By + C = 0$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系有三种： $d > r \Leftrightarrow$ 相离 $\Leftrightarrow \Delta < 0$ ； $d = r \Leftrightarrow$ 相切 $\Leftrightarrow \Delta = 0$ ； $d < r \Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow \Delta > 0$.

其中 $d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

考点三 椭圆

椭圆的方程 (1) 标准方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ (焦点在 x 轴)

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$ (焦点在 y 轴)

(2) 参数方程是 $\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数})$

20. ★椭圆的长轴长: $2a$, 短轴长: $2b$; 焦距: $2c$; 离心率: $e = \frac{c}{a}$

其中: $c^2 = a^2 - b^2$, 注意: 分母大的为 a^2

考点四 双曲线

双曲线的方程: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (焦点在 x 轴)

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ (焦点在 y 轴)

22. ★双曲线的实轴长: $2a$, 虚轴长: $2b$; 焦距: $2c$; 离心率: $e = \frac{c}{a}$

其中: $c^2 = a^2 + b^2$, 注意: 被减量的分母为 a^2

23. ★双曲线的方程与渐近线方程的关系:

(1) 若双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow$ 渐近线方程: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0 \Leftrightarrow y = \pm \frac{b}{a}x$

(2) 若双曲线方程为 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow$ 渐近线方程: $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 0 \Leftrightarrow y = \pm \frac{a}{b}x$

考点五 抛物线

抛物线的标准方程..... 焦点坐标..... 准线方程..... 开口方向

(1) $y^2 = 2px (p > 0)$ $F(\frac{P}{2}, 0)$ $x = -\frac{P}{2}$ 向右

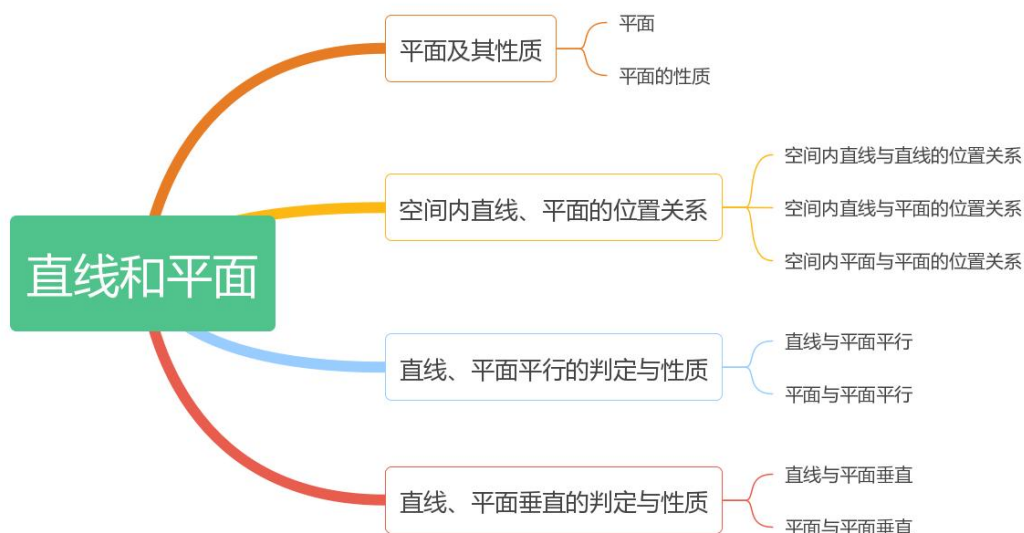
(2) $y^2 = -2px (p > 0)$ $F(-\frac{P}{2}, 0)$ $x = \frac{P}{2}$ 向左

(3) $x^2 = 2py (p > 0)$ $F(0, \frac{P}{2})$ $y = -\frac{P}{2}$ 向上

$$(4) x^2 = -2py (p > 0) \cdots \cdots F(0, -\frac{P}{2}) \cdots \cdots y = \frac{P}{2} \cdots \cdots \text{向下}$$

其中：P 表示定点（焦点）到定直线（准线）的距离

第十五章 直线和平面



考点一 平面及其性质

掌握平面的基础概念及性质即可

考点二 空间内直线、平面的位置关系

掌握空间内直线与平面的几种位置关系概念，包括异面直线、直线与直线平行、直线与平面的相交、平面等概念即可

考点三 直线、平面平行的判定与性质

证明直线与平面的平行的思考途径

- (1) 转化为直线与平面无公共点；
- (2) 转化为线线平行；
- (3) 转化为面面平行

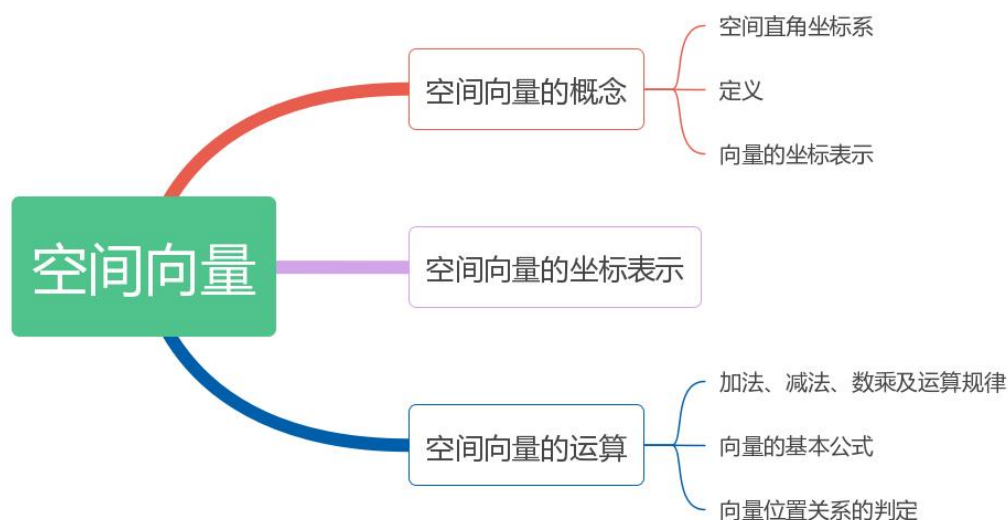
考点四 直线、平面垂直的判定与性质

证明直线与平面垂直的思考途径

- (1) 转化为该直线与平面内任一直线垂直；
- (2) 转化为该直线与平面内相交二直线垂直；

- (3) 转化为该直线与平面的一条垂线平行；
- (4) 转化为该直线垂直于另一个平行平面；
- (5) 转化为该直线与两个垂直平面的交线垂直.

第十六章 空间向量



考点一 空间向量的概念

掌握空间向量的概念即可

考点二 空间向量的坐标表示

掌握空间向量的坐标表示方法

考点三 空间向量的运算

空间向量的加法与数乘向量运算的运算律

- (1) 加法交换律: $a+b=b+a$.
- (2) 加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$.
- (3) 数乘分配律: $\lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$.

设 $a=(a_1, a_2, a_3)$, $b=(b_1, b_2, b_3)$ 则

- (1) $a+b=(a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$;
- (2) $a-b=(a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3)$;
- (3) $\lambda a=(\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3)$ ($\lambda \in \mathbb{R}$);

$$(4) \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3;$$

夹角公式

设 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$, 则

$$\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}.$$

第十七章 多面体和旋转体



考点一 多面体

认识简单的多面体即可

考点二 旋转体

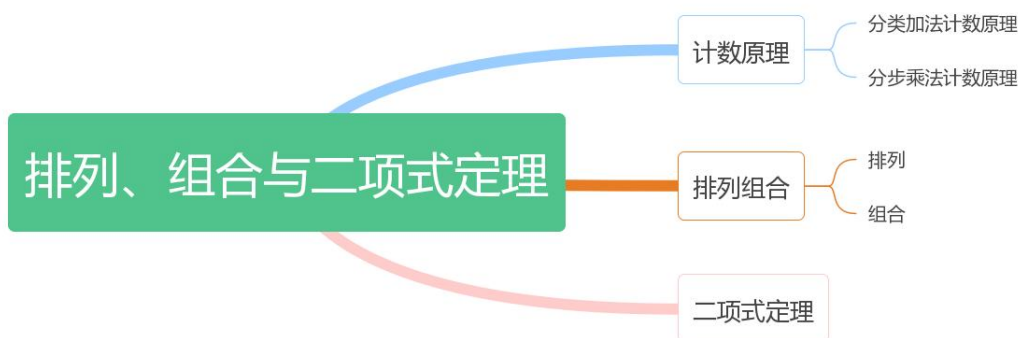
1. 柱、锥体的体积

$$V_{\text{柱体}} = Sh \quad (S \text{ 是柱体的底面积, } h \text{ 是柱体的高})$$

$$V_{\text{锥体}} = \frac{1}{3}Sh \quad (S \text{ 是锥体的底面积, } h \text{ 是锥体的高})$$

2. 球的半径是 R , 则其体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, 其表面积 $S = 4\pi R^2$.

第十八章 排列、组合与二项式定理



考点一 计数原理

1. 分类加法原理（加法原理）

$$N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n.$$

2. 分步计数原理（乘法原理）

$$N = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n. \quad \text{总结：分类之间算加法；分步之间算乘法。}$$

考点二 排列组合

排列和组合的公式

排列（有顺序），公式： $P_n^m = n(n-1)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$ ；

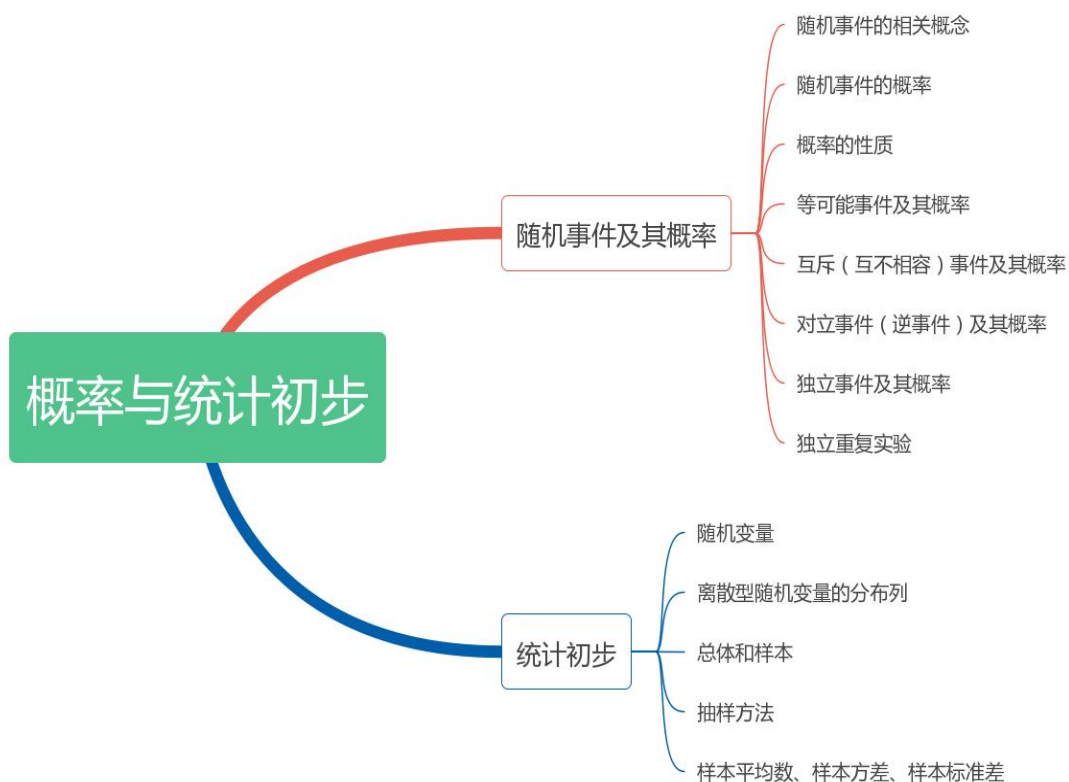
组合（没有顺序），公式： $C_n^m = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$ ；

考点三 二项式定理

二项式定理 $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \cdots + C_n^r a^{n-r}b^r + \cdots + C_n^n b^n$ ；

二项展开式的通项公式 $T_{r+1} = C_n^r a^{n-r}b^r$ ($r = 0, 1, 2, \cdots, n$)。

第十九章 概率与统计初步



考点一 随机事件及其概率

1. 等可能性事件的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$

(其中: m 表示一次试验共有 n 种等可能出现的结果, 其中试验 A 包含的结果有 m 种)

2. 互斥事件 A, B 分别发生的概率的和 $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

3. n 个互斥事件分别发生的概率的和 $P(A_1 + A_2 + \cdots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$.

4. 独立事件 A, B 同时发生的概率 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

5. n 个独立事件同时发生的概率 $P(A_1 \cdot A_2 \cdot \cdots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \cdots \cdot P(A_n)$.

次独立重复试验中某事件恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$.

考点二 统计初步

离散型随机变量的分布列的两个性质: (1) $P_i \geq 0 (i=1, 2, \cdots)$; (2) $P_1 + P_2 + \cdots = 1$.

随机变量 ξ 的分布列是

ξ	x_1	x_2	x_3	x_4		x_n
p	P_1	P_2	P_3	P_4		P_n

数学期望 $E\xi = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \cdots + x_n P_n + \cdots$

设样本数据为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, , 则样本平均数 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$,

样本方差:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$$