

2022 年成人高考高中起点升本、专科

《数学（理）》复习资料

2022 年 9 月

目 录

各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(一).....	1
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(二).....	5
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(三).....	9
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(四)	14
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(五)	18
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(六)	23
2019 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题	28
2020 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题	32
2021 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题	36
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(一)参考答案	41
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(二)参考答案	43
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(三)参考答案	45
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(四)参考答案	47
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(五)参考答案	49
各类成人高等学校招生统一考试理科数学全真模拟试卷(六)参考答案	51
2019 年全国成人高考高起点真题参考答案	53
2020 年全国成人高考高起点真题参考答案	57
2021 年全国成人高考高起点真题参考答案	59

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(一)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题列出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 函数 $y = \arcsin \sqrt{x-1}$ 的定义域是 ()

- (A) $(0, +\infty)$ (B) $[0, +\infty)$
(C) $1 < x < 2$ (D) $1 \leq x \leq 2$

2. 直线 l 过定点 $(1, 3)$, 且与两坐标轴正向所围成的三角形面积等于 6, 则 l 的方程是 ()

- (A) $3x - y = 0$ (B) $3x + y = 6$
(C) $x + 3y = 10$ (D) $y = 3 - 3x$

3. $\sin 42^\circ \sin 72^\circ + \cos 42^\circ \cos 72^\circ$ 等于 ()

- (A) $\sin 60^\circ$ (B) $\cos 60^\circ$
(C) $\cos 114^\circ$ (D) $\sin 114^\circ$

4. 已知角 α 的终边通过点 $P(-3, 4)$, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha + \tan \alpha =$ ()

- (A) $-\frac{23}{15}$ (B) $-\frac{17}{15}$
(C) $-\frac{1}{15}$ (D) $\frac{17}{15}$

5. 已知复数 $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - 3i$, 那么 $z_1 + z_2$ 的共轭复数等于 ()

- (A) $2 - i$ (B) $2 + i$
(C) $-2 - i$ (D) $-2 + i$

6. 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点到准线的距离是 ()

- (A) $\frac{p}{4}$ (B) $\frac{p}{2}$
(C) p (D) $2p$

7. 设 $P = \{x \mid x \leq 3\}, a = 2\sqrt{2}$, 则 ()

- (A) $a \subset P$ (B) $a \notin P$
(C) $\{a\} \in P$ (D) $\{a\} \subset P$

8. 与原点距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 斜率为 1 的直线方程是 ()

(A) $x + y + 1 = 0$ 或 $x + y - 1 = 0$

(B) $x + y + \sqrt{2} = 0$ 或 $x + y - \sqrt{2} = 0$

(C) $x - y + 1 = 0$ 或 $x - y - 1 = 0$

(D) $x - y + \sqrt{2} = 0$ 或 $x - y - \sqrt{2} = 0$

9. 已知 $\mathbf{a} = (3, 6)$, $\mathbf{b} = (-4, x)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 x 的值是 ()

(A) 1 (B) -1

(C) 2 (D) -2

10. 若函数 $y = \frac{1}{2}x + a$ 与 $y = 3 - bx$ 互为反函数, 则 a, b 的值分别为 ()

(A) $-\frac{3}{2}, -2$ (B) $-\frac{3}{2}, 2$

(C) $\frac{3}{2}, -2$ (D) $\frac{3}{2}, 2$

11. 函数 $y = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ ($x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$) 为 ()

(A) 奇函数, 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

(B) 奇函数, 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数

(C) 偶函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

(D) 偶函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

12. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 64, 边 AB 和 AC 的等比中项是 12, 那么 $\sin A$ 等于 ()

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{8}{9}$

13. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$), 那么 $\tan \alpha =$ ()

(A) $-\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$

(C) $-\frac{4}{3}$ (D) 0

14. 5 个人站成一排照相, 甲乙两个恰好站在两边的概率是 ()

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{20}$

(C) $\frac{1}{120}$ (D) $\frac{1}{60}$

15. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 这六个数字中, 每次取出三个数相乘, 可以得到不同乘积的个数

是 ()

(A)120 (B)20

(C)11 (D)10

16. 设 $a < b < 0$, 则下列不等式中不成立的是 ()

(A) $a \cdot b > 0$ (B) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(C) $\frac{b}{a} > 1$ (D) $\frac{a}{b} > 1$

17. $\arcsin[\cos \frac{3}{4}\pi] =$ ()

(A) $\frac{3}{4}\pi$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $-\frac{\pi}{4}$ (D) $-\frac{3}{4}\pi$

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共计 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 如果 $2 < a < 4$, 那么 $(a-2)(a-4)$ _____ 0.

19. 甲乙两人独立地解决同一问题, 甲解决这个问题的概率是 $\frac{1}{2}$, 乙解决这个问题的概率是 $\frac{1}{3}$, 那么其中至少有 1 人解决这个问题的概率是_____.

20. 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, 3)$, $\mathbf{b} = (1, 5)$, 则 $3\mathbf{a} + \mathbf{b} =$ _____.

21. 6 个队进行单循环比赛, 共进行_____场比赛.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

已知 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, 求 $(1 + \tan\alpha)(1 + \tan\beta)$ 的值.

23. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - \ln x$, 求 (1) $f(x)$ 的单调区间; (2) $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最小值.

24. (本小题满分 12 分)

椭圆 $2x^2 + y^2 = 98$ 内有一点 $A(-5, 0)$, 在椭圆上求一点 B , 使 $|AB|$ 最大.

25. (本小题满分 13 分)

设椭圆 $\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{\lambda^2} = 1$ ($\lambda > 0$) 的焦点在 x 轴上, O 为坐标原点, P, Q 为椭圆上两点, 使得 OP 所在直线的斜率为 1, 且 $OP \perp OQ$, 若 $\triangle POQ$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{2}}{4}\lambda$, 求该椭圆的焦距.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(二)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题列出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在 $(-\infty, 4)$ 上是减函数,则 ()

- (A) $a = -3$ (B) $a \geq 3$
(C) $a \leq -3$ (D) $a \geq -3$

2. 不论 m 为何值,直线 $(m-1)x - y + 2m + 1 = 0$ 恒通过一定点,这个定点为 ()

- (A) $(2, 3)$ (B) $(-2, 3)$
(C) $(1, -\frac{1}{2})$ (D) $(-2, 0)$

3. 已知 $A(-1, -3), B(4, 0), C(7, 5)$, 则 $\square ABCD$ 的 D 点坐标是 ()

- (A) $(2, 2)$ (B) $(2, 3)$
(C) $(3, 2)$ (D) $(2, 5)$

4. 函数 $y = 10^x - 1$ 的反函数的定义域是 ()

- (A) $(1, +\infty)$ (B) $(-1, +\infty)$
(C) $(0, +\infty)$ (D) $(-\infty, +\infty)$

5. 从 10 个人中选出 5 人去分担 5 种不同的工作,若某甲一定当选但不能担任 5 种工作中的某一种,则不同的选法的种数为 ()

- (A) $P_9^1 P_9^4$ (B) $C_9^4 P_5^4$
(C) $C_9^4 P_5^5 - P_4^4$ (D) $C_9^4 P_4^1 P_4^4$

6. 函数 $y = \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$ 的最小正周期是 ()

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π
(C) 2π (D) 4π

7. 设 $M = \{1\}, S = \{1, 2\}, P = \{1, 2, 3\}$, 则 $(M \cup S) \cap P$ 是 ()

- (A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{1, 2\}$

- (C) $\{1\}$ (D) $\{3\}$
8. 函数 $y = \sin x + \cos x$ 的导数是 ()
- (A) $\sin x - \cos x$ (B) $\cos x - \sin x$
 (C) $\sin x + \cos x$ (D) $-\sin x - \cos x$
9. 甲袋内有 2 个白球 3 个黑球, 乙袋内有 3 个白球 1 个黑球, 现从两个袋内各摸出 1 个球, 则两个球都是白球的概率是 ()
- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{3}{5}$
 (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{5}{9}$
10. 复数 $i^{25} + i^{80} + i^{35} + i^{40}$ 的值等于 ()
- (A) i (B) 2
 (C) $-i$ (D) -1
11. 已知函数 $y = (\frac{1}{2})^{|x|} (-\infty < x < +\infty)$, 则该函数 ()
- (A) 是奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上单调增加
 (B) 是偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上单调减少
 (C) 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调增加
 (D) 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调减少
12. 已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两根, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ ()
- (A) 4 (B) -4
 (C) $\frac{4}{3}$ (D) 8
13. 设 $\tan \alpha = 2$, 且 $\sin \alpha < 0$, 则 $\cos \alpha$ 的值等于 ()
- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$
 (C) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$
14. 不等式 $|x + 5| > 3$ 的解集是 ()
- (A) $\{x \mid -8 < x < 8\}$
 (B) $\{x \mid -2 < x < 2\}$
 (C) $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$
 (D) $\{x \mid x < -8 \text{ 或 } x > -2\}$
15. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, 已知 $C = 90^\circ, B = 75^\circ, c = 4$, 则 b 等于 ()
- (A) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2} + 2$ (D) $2\sqrt{2} - 2$
16. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 前 4 项之和 $S_4 = 1$, 前 8 项之和 $S_8 = 4$, 则 $a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20}$

= ()

- (A)7 (B)8
(C)9 (D)10

17. 已知椭圆 $\frac{x^2}{5m-6} + \frac{y^2}{m^2} = 1$ 的焦点在 y 轴上, 则 m 的取值范围是 ()

- (A) $m < 2$ 或 $m > 3$ (B) $2 < m < 3$
(C) $m > 3$ (D) $m > 3$ 或 $\frac{6}{5} < m < 2$

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上

18. 设函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$), 满足 $f(2) = 9$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ _____.

19. 某射击运动员射击所得环数 X 的分布列如下:

X	4	5	6	7	8	9	10
P	0.02	0.04	0.06	0.09	0.28	0.22	0.22

求该运动员所得环数的期望值 $E(X)$ _____.

20. 向量 $\mathbf{a} = (4, 3)$ 与 $\mathbf{b} = (x, -12)$ 互相垂直, 则 $x =$ _____.

21. 关于 x 轴对称且过点 $A(2, -2\sqrt{2})$ 的抛物线的标准方程为 _____.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

设 $\{a_n\}$ 是正数组成的数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 a_n 与 2 的等差中项等于 S_n 与 2 的等比中项.

(1) 求此数列的前 3 项;

(2) 求此数列的通项公式.

23. (本小题满分 12 分)

如果将进货单价为 8 元的商品按每件 10 元售出时, 每天可销售 100 件。现采取提高售价, 减少进货量的办法增加每天的利润, 已知这种商品每件涨价 1 元, 其销售数量就减少 10 件, 问将售价定为多少时, 赚得的利润最大?

24. (本小题满分 12 分)

已知三个数组成公比大于 1 的等比数列, 其和为 21, 若将各数顺次分别加上 1、5、6, 则所得三个数成等差数列, 求此三个数.

25. (本题满分 13 分)

求以曲线 $2x^2 + y^2 - 4x - 10 = 0$ 和 $y^2 = 2x - 2$ 的交点与原点的连线为渐近线, 且实轴在 x 轴上, 实轴长为 12 的双曲线的方程.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(三)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分,在每小题给出的 4 个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下面各组函数中,相同的是 ()

(A) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ 和 $y = x + 3$

(B) $y = \sqrt[3]{x^3}$ 和 $y = (\sin^2 x + \cos^2 x) \cdot x$

(C) $y = \sqrt{x^2}$ 和 $y = (\sqrt{x})^2$

(D) $y = \log_a x^2$ 和 $y = 2 \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)

2. 在复平面内,与复数 $Z = -1 - i$ 的共轭复数对应的点位于 ()

(A) 第一象限

(B) 第二象限

(C) 第三象限

(D) 第四象限

3. 从 30 名同学中选出正副班长各 1 人,共有不同的选法是 ()

(A) 60 种

(B) 90 种

(C) 435 种

(D) 870 种

4. 函数 $y = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \tan 2x$ 的最小正周期是 ()

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) π

(C) 2π

(D) 4π

5. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(1 - x)$ 的反函数是 ()

(A) $y = 1 + 2^{-x} (x \in \mathbf{R})$

(B) $y = 1 - 2^{-x} (x \in \mathbf{R})$

(C) $y = 1 + 2^x (x \in \mathbf{R})$

(D) $y = 1 - 2^x (x \in \mathbf{R})$

6. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\sin A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{5}{13}$,那么 $\cos C$ 等于 ()

(A) $\frac{16}{65}$

(B) $\frac{56}{65}$

(C) $\frac{16}{65}$ 或 $\frac{56}{65}$

(D) $-\frac{16}{65}$ 或 $-\frac{56}{65}$

7. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{-3, a^2, a+1\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 如果 $A \cap B = \{-3\}$, 则 $A \cup B$ 是 ()

(A) $\{-4, -3, 1, 2\}$

(B) $\{-3, 0, 1, 2\}$

(C) $\{-4, -3, 0, 1, 2\}$

(D) $\{-4, -3, 0, 2\}$

8. 直线 $Ax + By + C = 0$ 通过第一、二、三象限时, ()

(A) $AB < 0, BC < 0$

(B) $AB > 0, BC > 0$

(C) $A = 0, BC < 0$

(D) $C = 0, AB > 0$

9. 正三棱锥底面边长为 m , 侧棱与底面成 60° 角, 那么棱锥的外接圆锥的全面积为 ()

(A) πm^2

(B) $\frac{2}{3}\pi m^2$

(C) $\frac{4}{3}\pi m^2$

(D) $\frac{7}{3}\pi m^2$

10. 已知 $y = ax^3 + 12ax^2 + 36ax + b$ ($a < 0$) 的极大值为 $33a$, 则 $y_{\text{极小}} =$ ()

(A) $65a$

(B) $65b$

(C) 65

(D) 以上均不对

11. $k > 3$ 是方程 $(k-2)x^2 - (3-k)y^2 = k$ 表示椭圆的 ()

(A) 充分非必要条件

(B) 必要非充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既非充分又非必要条件

12. 已知双曲线的两个顶点是 $A_1(2, 1)$ 、 $A_2(2, 5)$, 离心率为 $\sqrt{5}$, 则此双曲线的方程为 ()

(A) $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$

(B) $-\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$

(C) $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{20} = 1$

(D) $-\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{20} = 1$

13. 若 $\log_a \frac{2}{3} < 1$, 则 a 的取值范围是 ()

(A) $(\frac{2}{3}, 1)$

(B) $(\frac{2}{3}, +\infty)$

(C) $(0, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$

(D) $(0, \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

14. 设 $\overrightarrow{AB} = \{1, 3, -2\}$, $\overrightarrow{AC} = \{3, 2, -2\}$, 则 $\overrightarrow{BC}$ 为 ()

(A) $\{2, -1, -4\}$

(B) $\{-2, 1, -4\}$

(C) $\{2, -1, 0\}$

(D) $\{4, 5, -4\}$

15. 不等式 $\frac{3x-1}{2-x} \geq 1$ 的解集是 ()

(A) $\{x \mid \frac{3}{4} \leq x < 2\}$

(B) $\{x \mid \frac{3}{4} \leq x \leq 2\}$

(C) $\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x \leq \frac{3}{4}\}$

(D) $\{x \mid x < 2\}$

16. 已知 $P_1(5, 0)$, $P_2(2, 1)$, $P_3(4, 7)$, 则 $\triangle P_1P_2P_3$ 是 ()

(A) 等边三角形

(B) 等腰三角形

(C) 等腰直角三角形

(D) 直角三角形

17. 某人打靶的命中率为 0.8, 现射击 5 次, 那么恰有两次击中的概率为 ()

(A) 0.8^2

(B) $0.8^2 \times 0.2^3$

(C) $C_5^2 0.8^2 \times 0.2^3$

(D) $C_5^2 0.8^3 \times 0.2^2$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 直线 l 的方程为 $x - 2y + 6 = 0$, 那么直线 l 的斜率是 _____, 倾斜角是 _____, 在 y 轴上的截距是 _____, 在 x 轴上的截距是 _____.

19. 某射手有 3 发子弹, 射击一次, 命中率是 0.8, 如果命中就停止射击, 否则一直射到子弹用完为止, 那么这个射手用子弹数的期望值是 _____.

20. 已知 $|\mathbf{a}| = 6$, $|\mathbf{b}| = 4$, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 60° , 则 $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})(\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) =$ _____.

21. $y = \sqrt[4]{x^3}$ 的导数为 _____.

三、简答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{3}{2}(3^n - 1)$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 243 是这个数列中的第几项.

23. (本小题满分 12 分)

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像过点 $(-1, -1), (2, -1)$ 且与 x 轴相切, 求 a, b, c 的值.

24. (本小题满分 12 分)

已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像过 $(1,-2)$, 且过二次函数 $y=(a^2-1)x^2-(a+1)x+1$ 的图像与 y 轴的交点.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 如果二次函数 $y=(a^2-1)x^2-(a+1)x+1$ 的图像与 x 轴有 2 个交点, 试确定 a 的取值范围; 若这两个交点的横坐标互为倒数, 求 a 的值.

25. (本小题满分 13 分)

三角形两边之和为 10, 其夹角的余弦是方程 $2x^2-3x-2=0$ 的根, 求这个三角形周长的最小值.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(四)

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 一次函数 $y = 3 - 2x$ 的图像不经过 ()

- (A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限

2. 已知有两点 $A(7, -4), B(-5, 2)$, 则线段 AB 的垂直平分线的方程为 ()

- (A) $2x - y - 3 = 0$ (B) $2x - y + 3 = 0$
(C) $2x + y - 3 = 0$ (D) $2x + y + 3 = 0$

3. 函数 $y = 2 - (\frac{1}{2} - \sin x)^2$ 的最小值是 ()

- (A) 2 (B) $1\frac{1}{4}$
(C) $-\frac{1}{4}$ (D) $-1\frac{3}{4}$

4. 已知角 α 的顶点与直角坐标系的原点重合始边在 x 正半轴上, 终边经过点 $(\sqrt{3}, -1)$, 则 $\sin \alpha$ 的值是 ()

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 复数 $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^{20}$ 的值等于 ()

- (A) 1 (B) i
(C) -1 (D) $-i$

6. 函数 $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ ()

- (A) 当 $x = \pm 2$ 时, 函数有极大值
(B) 当 $x = -2$ 时, 函数有极大值; 当 $x = 2$ 时, 函数有极小值

- (C) 当 $x = -2$ 时, 函数有极小值; 当 $x = 2$ 时, 函数有极大值
 (D) 当 $x = \pm 2$ 时, 函数有极小值
7. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $N = \{2, 3, 8\}$, $T = \{3, 5, 8\}$, 则 $(M \cap T) \cup N =$ ()
 (A) $\{3, 5, 8\}$ (B) $\{2, 3, 5, 8\}$
 (C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$ (D) $\{2, 3, 8\}$
8. 已知直角三角形 ABC 中, $C = 90^\circ$, $B = 75^\circ$, $c = 4$, 那么 b 等于 ()
 (A) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
 (C) $2\sqrt{2} + 2$ (D) $2\sqrt{2} - 2$
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{1}{2})^x$ 等于 ()
 (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$
 (C) 1 (D) 2
10. 若函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(0, 1)$, 则 $f(x + 4)$ 的反函数必过点 ()
 (A) $(4, -1)$ (B) $(1, -4)$
 (C) $(-4, 1)$ (D) $(1, 4)$
11. 下列各组中的两个不等式为同解不等式的是 ()
 (A) $3x - 2 > x$ 与 $4x > 2$
 (B) $1 - \frac{1}{2}(x - 1) < 2x$ 与 $2 - x - 1 < 4x$
 (C) $\frac{1}{2}(x - 2) + 2 > \frac{1}{3}x$ 与 $3(x - 2) + 2 > 2x$
 (D) $3x > 4x$ 与 $x < 0$
12. 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上与直线 $4x + 3y - 12 = 0$ 距离最短的点是 ()
 (A) $(\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$ (B) $(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$
 (C) $(-\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$ (D) $(-\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$
13. 下列命题中的真命题是 ()
 (A) 如果 $a > b$, 那么 $ac > bc$
 (B) 如果 $a > b$, 那么 $ac^2 > bc^2$
 (C) 如果 $ac^2 > bc^2$, 那么 $a > b$
 (D) 如果 $a > b, c > d$, 那么 $ac > bd$
14. 3 人坐在一排 8 个座位上, 若每人的左右两边都有空座位, 则坐法共有 ()
 (A) 6 种 (B) 12 种

- (C)18 种 (D)24 种
15. 某小组共有 10 名学生,其中女生 3 名,现选举 2 人当代表,要求至少有一名女生当选,则不同选法共有 ()
- (A)21 种 (B)24 种
- (C)27 种 (D)63 种
16. 已知函数 $y = \log_a(2 - ax)$ 在 $[0, 1]$ 上是 x 的减函数,则 a 的取值范围是 ()
- (A)(0, 1) (B)(1, 2)
- (C)(0, 2) (D) $[2, +\infty)$
17. 已知 $a = 3, b = 6$, 且 a 与 b 的夹角为 90° , 则 $(a + b)^2 =$ ()
- (A)81 (B)60
- (C)-10 (D)45

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上.

18. 一个底面直径为 32cm 的圆柱形水桶装入一些水,将一个球放入桶中完全淹没,水面上升了 9cm,则这个球的表面积是_____ cm^2 .
19. 已知 $a = (1, 2), b = (3, y)$, 且 $a \parallel b$, 则 $y =$ _____.
20. 通过计算,一组数据的方差为 a ,如果将这组数据中的每个数据都乘以 2,那么所得到的一组新数据的方差是_____.
21. 代数式 $\frac{1}{3}(2x + 5) - \frac{1}{2}x$ 的值不小于 x 的正整数值的集合为_____.

三、解答题:本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理,演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1,公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 如果自然数 m, n 使得 $a_m, 15, S_n$ 成等差数列, $\lg a_m, \lg 9, \lg S_n$ 也成等差数列, 求 m, n 的值.

23. (本小题满分 12 分)

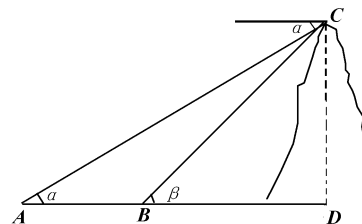
设 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = 60 \text{ cm}, b = 50 \text{ cm}, A = 38^\circ$, 求 c . (精确到 0.1 cm , 计算中可以应用 $\cos 38^\circ = 0.7880$)

24. (本小题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 中, 已知 $a^2 + c^2 - b^2 = ac$, 且 $\log_4 \sin A + \log_4 \sin C = -1$, 面积为 $\sqrt{3} \text{ cm}^2$, 求它三边的长和三个角的度数.

25. (本小题满分 13 分)

从地面上 A 点处测山顶的仰角为 α , 沿 A 至山底直线前行 a 米到 B 点处, 又测得山顶的仰角为 β , 求山高.



各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(五)

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $\sin\alpha \cdot \cot\alpha < 0$ 则角 α 是 ()
(A) 第二象限角
(B) 第三象限角
(C) 第二或第三象限角
(D) 第二或第四象限角
2. 已知 $\triangle ABC$ 中, $A : B : C = 1 : 2 : 3$, 那么 $a : b : c$ 等于 ()
(A) $1 : 2 : 3$ (B) $3 : 2 : 1$
(C) $1 : \sqrt{3} : 2$ (D) $2 : \sqrt{3} : 1$
3. 函数 $y = (\cos^2 2x - \sin^2 2x) \tan 4x$ 的最小正周期是 ()
(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$
(C) π (D) 2π
4. 已知 $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ 且 $\sin\alpha < 0$, 则 $\tan\alpha =$ ()
(A) $-\frac{5}{12}$ (B) $-\frac{12}{5}$
(C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{12}{5}$
5. 9 种产品有 3 种是名牌, 要从这 9 种产品中选 5 种参加博览会, 如果名牌产品全部参加, 那么不同的选法共有 ()
(A) 30 种 (B) 12 种
(C) 15 种 (D) 36 种
6. 函数 $y = x^3 + 3x^2 - 1$ ()
(A) 没有极大值 (B) 没有极小值
(C) 极大值为 -1 (D) 极小值为 -1

7. 设集合 $M = \{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()

(A) $M = N$

(B) $M \subset N$

(C) $M \supset N$

(D) $M \cap N = \emptyset$

8. $(2\sin x - 3\cos x)'$ 等于 ()

(A) $-2\cos x + 3\sin x$

(B) $-2\cos x - 3\sin x$

(C) $2\cos x + 3\sin x$

(D) $2\cos x - 3\sin x$

9. 已知 $\lg \sin \theta = a$, $\lg \cos \theta = b$, 则 $\sin 2\theta =$ ()

(A) $\frac{a+b}{2}$

(B) $2(a+b)$

(C) $10^{\frac{a+b}{2}}$

(D) $2 \cdot 10^{a+b}$

10. 函数 $y = (\frac{1}{3})^{|1+2x|+|2-x|}$ 的单调递减区间是 ()

(A) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

(B) $(-\frac{1}{2}, 2]$

(C) $(2, +\infty)$

(D) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

11. 复数 $(\frac{1+i}{1-i})^4 + (\frac{1-i}{1+i})^4$ 的值等于 ()

(A) 2

(B) -2

(C) 0

(D) 4

12. 在一段时间内, 甲去某地 M 城的概率是 $\frac{1}{4}$, 乙去此地的概率是 $\frac{1}{5}$, 假定两人的行动相互之间没有影响, 那么在这段时间内至少有 1 人去此地的概率是 ()

(A) $\frac{3}{20}$

(B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{2}{5}$

(D) $\frac{9}{20}$

13. 函数 $y = 2^{x-1} - 1$ 的反函数的定义域是 ()

(A) $(1, +\infty)$

(B) $(-1, +\infty)$

(C) $(0, +\infty)$

(D) $(-\infty, +\infty)$

14. 如果抛物线的顶点是双曲线 $16x^2 - 9y^2 = 144$ 的中心, 而焦点是双曲线的左焦点, 那么抛物线的方程是 ()

(A) $y^2 = 16x$

(B) $y^2 = -16x$

(C) $y^2 = 20x$

(D) $y^2 = -20x$

15. 已知 $|\mathbf{a}| = 5$, $|\mathbf{b}| = 2$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -5\sqrt{3}$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 等于 ()

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

16. 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$, 且 $ab = a + b + 3$, 则 ab 的取值范围是 ()

(A) $ab \leq 9$

(B) $ab \geq 9$

(C) $3 \leq ab \leq 9$

(D) $ab \geq 3$

17. 直线 $x + 3y + 2 = 0$ 与 $4x + 2y - 1 = 0$ 的夹角是 ()

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\arctan 2$

(D) $\arctan 2\sqrt{2}$

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 已知 $\tan \alpha - \cot \alpha = 1$, 那么 $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha =$ _____, $\tan^3 \alpha - \cot^3 \alpha =$ _____.

19. 不等式组 $\begin{cases} |x - 1| - 3 < 0 \\ a - 2x > 0 \end{cases}$ 的解集为 $\{x \mid -2 < x < 4\}$, 则 a 的取值范围是 _____.

20. 已知 $\mathbf{a} = (3, 2, 4)$, $\mathbf{b} = (-2, x, 6)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$ _____.

21. 为了检查一批零件的长度, 从中抽取 10 件, 量得它们的长度如下(单位: mm):

22.36 22.35 22.33 22.35 22.37 22.34 22.38 22.36 22.32 22.35

则样本的平均数(结果保留到小数点第二位)为 _____, 这组数据的方差为 _____.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理, 演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列.

(1) 已知 $a_1 = 1$, 求公差 d , 使 $a_1 a_3 + a_2 a_3$ 最小;

(2) 已知 $a_7 = 9$, 求公差 d , 使 $a_1 a_2 a_7$ 的值最小.

23. (本小题满分 12 分)

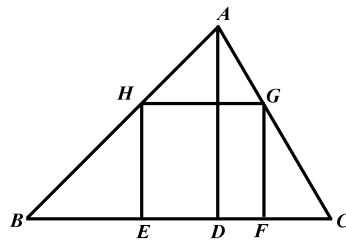
分别求曲线 $y = -3x^2 + 2x + 4$ 上满足下列条件的点

(1) 过这些点的切线与 x 轴平行;

(2) 过这些点的切线与直线 $y = x$ 平行.

24. (本小题满分 12 分)

如图 $\triangle ABC$ 中, $BC = a$, 高 $AD = h$, 在三角形内作内接矩形 $EFGH$, 矩形的长和宽各为多少时, 此内接矩形的面积最大?



25. (本小题满分 13 分)

设函数 $f(\theta) = \frac{2\sin\theta\cos\theta + \frac{5}{2}}{\sin\theta + \cos\theta}, \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

(1) 求 $f(\frac{\pi}{12})$;

(2) 求 $f(\theta)$ 的最小值.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(六)

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设甲: $x = 1$; 乙: $x^2 + 2x - 3 = 0$. ()

- (A) 甲是乙的必要条件但不是乙的充分条件
- (B) 甲是乙的充分条件但不是乙的必要条件
- (C) 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
- (D) 甲是乙的充分必要条件

2. 函数 $y = 3^x$ 的反函数是 ()

- (A) $y = (\frac{1}{3})^x (x > 0)$
- (B) $y = -(\frac{1}{3})^x (x > 0)$
- (C) $y = \log_3 x (x > 0)$
- (D) $y = -\log_3 x (x > 0)$

3. 4 个人排成一行,其中甲、乙二人总排在一起,则不同的排法共有 ()

- (A) 3 种
- (B) 6 种
- (C) 12 种
- (D) 24 种

4. 函数 $y = \sin 2x$ 的最小正周期是 ()

- (A) $\frac{\pi}{2}$
- (B) π
- (C) 2π
- (D) 4π

5. 如果实数 a, b 满足 $ab = 100$, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 ()

- (A) 400
- (B) 200
- (C) 100
- (D) 50

6. 两个盒子内各有 3 个同样的小球,每个盒子中的小球上分别标有 1, 2, 3 三个数字.从两个盒子中分别任意取出一个球,则取出的两个球上所标数字的和为 3 的概率是 ()

- (A) $\frac{1}{9}$
- (B) $\frac{2}{9}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{2}{3}$

7. 设集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq -1\}$, 集合 $N = \{x \in \mathbf{R} \mid x \geq -3\}$, 则集合 $M \cap N =$ ()

(A) $\{x \in \mathbf{R} \mid -3 \leq x \leq -1\}$

(B) $\{x \in \mathbf{R} \mid x \leq -1\}$

(C) $\{x \in \mathbf{R} \mid x \geq -3\}$

(D) $\emptyset$

8. 下列四个命题中为真命题的一个是 ()

(A) 如果两个不重合的平面有两个不同的公共点 A, B , 那么这两个平面有无数个公共点, 并且这些公共点都在直线 AB 上

(B) 如果一条直线和一个平面平行, 则它和这个平面内的任何直线平行

(C) 如果一条直线垂直于一个平面内的两条直线, 则这条直线垂直于这个平面

(D) 过平面外一点, 有无数条直线与这个平面垂直

9. 二次函数 $y = \frac{1}{16}x^2$ 的图像是一条抛物线, 它的焦点坐标是 ()

(A) $(-4, 0)$

(B) $(4, 0)$

(C) $(0, -4)$

(D) $(0, 4)$

10. $\log_2 8 - 16^{\frac{1}{2}} =$ ()

(A) -5

(B) -4

(C) -1

(D) 0

11. 设一次函数的图像过点 $(1, 1)$ 和 $(-2, 0)$, 则该一次函数的解析式为 ()

(A) $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

(B) $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

(C) $y = 2x - 1$

(D) $y = x + 2$

12. 设椭圆的方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$, 则该椭圆的离心率为 ()

(A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13. 若平面向量 $\mathbf{a} = (3, x)$, $\mathbf{b} = (4, -3)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 x 的值等于 ()

(A) 1

(B) 2

(C)3

(D)4

14. 空间向量 $\mathbf{a} = (1, \sqrt{2}, 1)$ 与 z 轴的夹角等于

()

(A) 30°

(B) 45°

(C) 60°

(D) 90°

15. 已知复数 $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 3i$, 则 $3z_1 - z_2 =$

()

(A) $5 + 6i$

(B) $5 - 5i$

(C) 5

(D) 7

16. 下列函数中为偶函数的是

()

(A) $y = 2^x$

(B) $y = 2x$

(C) $y = \log_2 x$

(D) $y = 2\cos x$

17. 在 $\triangle ABC$, $\angle C = 30^\circ$, 则 $\cos A \cos B - \sin A \sin B$ 的值等于

()

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

18. 直线 $3x + 4y - 12 = 0$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的周长为 _____.

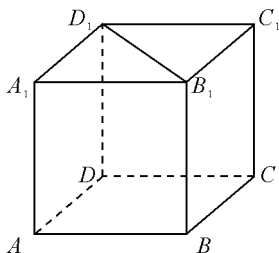
19. 已知随机变量 ξ 的分布列是:

ξ	0	1	2	3	4	5
p	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

则 $E\xi =$ _____.

20. 函数 $y = \sin x + \cos x$ 的导数 $y' =$ _____.

21. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, A_1A 与 B_1D_1 所成的角的度数为 _____.



三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

22. (本小题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 16$, 公比 $q = \frac{1}{2}$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和 $S_n = 124$, 求 n 的值.

23. (本小题满分 12 分)

已知函数 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 14$, 求函数的单调区间.

24. (本小题满分 12 分)

已知 $\odot O$ 的圆心在坐标原点, $\odot O$ 与 x 轴正半轴交于点 A , 与 y 轴正半轴交于点 B , $|AB| = 2\sqrt{2}$.

(I) 求 $\odot O$ 的方程;

(II) 设 P 为 $\odot O$ 上一点, 且 $OP \parallel AB$, 求点 P 的坐标.

25. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的定义域及单调区间;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最大值与最小值.

2019 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题

数学

第 I 卷(选择题,共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 集合, $M = \{3, 4\}$, 则 $\complement_U M =$ ()
A. $\{2, 3\}$ B. $\{2, 4\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 4\}$
2. 函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期为 ()
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. π D. 2π
3. 设甲: $b = 0$; 乙: 函数 $y = kx + b$ 的图像经过坐标原点, 则 ()
A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
B. 甲是乙的充要条件
C. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
4. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ ()
A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$
5. 函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 的定义域是 ()
A. $\{x \mid x \geq -1\}$ B. $\{x \mid x \leq 1\}$
C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x \mid x \leq -1\}$
6. 设 $0 < x < 1$, 则 ()
A. $\log_2 x > 0$ B. $0 < 2^x < 1$
C. $\log_{\frac{1}{2}} x < 0$ D. $1 < 2^x < 2$
7. 不等式 $|x + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2}$ 的解集为 ()
A. $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$ B. $\{x \mid -1 < x < 0\}$
C. $\{x \mid x > -1\}$ D. $\{x \mid x < 0\}$

8. 甲、乙、丙、丁 4 人排成一行,其中甲、乙必须排在两端,则不同的排法共有 ()
 A.4 种 B.2 种
 C.8 种 D.24 种
9. 若向量 $a = (1, 1), b = (1, -1)$, 则 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b =$ ()
 A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$
 C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$
10. $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 =$ ()
 A.2 B.4
 C.3 D.5
11. 函数 $y = x^2 - 4x - 5$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()
 A.3 B.4
 C.6 D.5
12. 下列函数中, 为奇函数的是 ()
 A. $y = -\frac{2}{x}$ B. $y = -2x + 3$
 C. $y = x^2 - 3$ D. $y = 3\cos x$
13. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点坐标是 ()
 A. $(0, -\sqrt{7}), (0, \sqrt{7})$ B. $(-\sqrt{7}, 0), (\sqrt{7}, 0)$
 C. $(0, -5), (0, 5)$ D. $(-5, 0), (5, 0)$
14. 若直线 $mx + y - 1 = 0$ 与直线 $4x + 2y + 1 = 0$ 平行, 则 $m =$ ()
 A. -1 B.0
 C.2 D.1
15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 a_5 = 6$, 则 $a_2 a_3 a_6 a_7 =$ ()
 A.12 B.36
 C.24 D.72
16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 且 $f(2x) = 4x + 1$, 则 $f(1) =$ ()
 A.9 B.5
 C.7 D.3
17. 甲、乙各自独立地射击一次, 已知甲射中 10 环的概率为 0.9, 乙射中 10 环的概率为 0.5, 则甲、乙都射中 10 环的概率为 ()
 A.0.2 B.0.45
 C.0.25 D.0.75

第 II 卷(非选择题,共 65 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离心率为_____.

19. 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 在 $x = 1$ 处的导数为_____.

20. 设函数 $f(x) = x + b$, 且 $f(2) = 3$, 则 $f(3) =$ _____.

21. 从一批相同型号的钢管中抽取 5 根, 测其内径, 得到如下样本数据(单位: mm):

110.8, 109.4, 111.2, 109.5, 109.1,

则该样本的方差为_____ mm^2 .

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_3 = a_5 + 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的公差 d ;

(2) 若 $a_1 = 2$, 求 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 S_{20} .

23.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,已知 $B = 75^\circ, \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求 $\cos A$;

(2) 若 $BC = 3$,求 AB .

24.(本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,已知 $\odot M$ 的方程为 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$, $\odot O$ 经过点 M .

(1) 求 $\odot O$ 的方程;

(2) 证明:直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M, \odot O$ 都相切.

25.(本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 12x + 1$,求 $f(x)$ 的单调区间和极值.

2020 年全国成人高等学校高起点招生统一考试真题

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分.考试时间 120 分钟.

第 I 部分 选择题 (共 85 分)

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 不等式 $|x-2| < 1$ 的解集是()
A. $\{x \mid -1 < x < 3\}$ B. $\{x \mid -2 < x < 1\}$
C. $\{x \mid -3 < x < 1\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 3\}$
2. 下列函数中,在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 为减函数的是()
A. $y = \ln(3x+1)$ B. $y = x+1$
C. $y = 5\sin x$ D. $y = 4-2x$
3. 函数 $y = \log_2(x+1)$ 的定义域是()
A. $(2, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$
C. $(-\infty, -1)$ D. $(-1, +\infty)$
4. 直线 $x-y-3=0$ 与 $x-y+3=0$ 之间的距离为()
A. $2\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. 6
5. 设集合 $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $N = \{x \mid x \leq 2\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
C. $\{x \mid 0 < x \leq 2\}$ D. $\{x \mid -1 < x < 2\}$
6. 已知点 $A(1, 0)$, $B(-1, 1)$, 若直线 $kx - y - 1 = 0$ 与直线 AB 平行, 则 $k =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1
7. 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (1, t)$, $\overrightarrow{BC} = (-1, 1)$, $\overrightarrow{AC} = (0, 2)$, 则 $t =$ ()
A. -1 B. 2 C. -2 D. 1
8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为 3, 则 $m =$ ()
A. 4 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

9. 函数 $y = \sin(x+3) + \sin(x-3)$ 的最大值为()
 A. $-2\sin 3$ B. $2\sin 3$ C. $-2\cos 3$ D. $2\cos 3$
10. 已知 $a > b > 1$, 则()
 A. $\log_2 a > \log_2 b$ B. $\log_2 \frac{1}{a} > \log_2 \frac{1}{b}$
 C. $\frac{1}{\log_2 a} > \frac{1}{\log_2 b}$ D. $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b$
11. 已知 $\cos x = \frac{3}{5}$, 且 x 为第一象限角, 则 $\sin 2x =$ ()
 A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $\frac{18}{25}$ D. $\frac{12}{25}$
12. 曲线 $y = \sin(x+2)$ 的一条对称轴的方程是()
 A. $x = \frac{\pi}{2}$ B. $x = \pi$
 C. $x = \frac{\pi}{2} + 2$ D. $x = \frac{\pi}{2} - 2$
13. 若 $p: x=1; q: x^2-1=0$, 则()
 A. p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件
 B. p 是 q 的充要条件
 C. p 是 q 的必要条件但不是充分条件
 D. p 是 q 的充分条件但不是必要条件
14. 已知点 $A(1, -3), B(0, -3), C(2, 2)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为()
 A. 2 B. 3
 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
15. 从红、黄、蓝、黑 4 个球中任取 3 个, 则这 3 个球中有黑球的不同取法共有()
 A. 3 种 B. 4 种
 C. 2 种 D. 6 种
16. 下列函数中, 最小正周期为 π 的函数是()
 A. $y = \sin x + \sin x^2$ B. $y = \sin 2x$
 C. $y = \cos x$ D. $y = \sin \frac{x}{2} + 1$
17. 下列函数中, 为偶函数的是()
 A. $y = e^x + x$ B. $y = x^2$
 C. $y = x^3 + 1$ D. $y = \ln(2x+1)$

第Ⅱ部分 非选择题 (共 65 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 的图像经过点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, 则 $f(x)$ 的最小值为_____.

19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6, 各次是否投中相互独立, 则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是_____.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{3^n}{2}$, 则 $a_3 =$ _____.

21. 已知曲线 $y = \ln x + a$ 在点 $(1, a)$ 处的切线过点 $(2, -1)$, 则 $a =$ _____.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$.

(1) 求 C ;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

23. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x^3 + x - 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求出一个区间 (a, b) , 使得 $f(x)$ 在区间 (a, b) 存在零点, 且 $b - a < 0.5$.

24.(本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_2 = -2, a_4 = -1$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 E 的中心在坐标原点 O ,焦点在 x 轴上,长轴长为 8,焦距为 $2\sqrt{7}$.

(1)求 E 的标准方程;

(2)若以 O 为圆心的圆与 E 交于四点,且这四点为一个正方形的四个顶点,求该圆的半径.

- C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
7. 下列函数中, 在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是()
A. $y = x^2 + x$ B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
C. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ D. $y = \cos x$
8. 不等式 $|x - 1| > 1$ 的解集为()
A. $\{x \mid x > 2\}$ B. $\{x \mid x < 0\}$
C. $\{x \mid 0 < x < 2\}$ D. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$
9. 已知向量 $\mathbf{a} = (6, 0, -3)$, $\mathbf{b} = (-2, 9, x)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$ ()
A. -4 B. -1
C. 1 D. 4
10. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 则 $f(2x) =$ ()
A. $4x^2 + 1$ B. $4x + 1$
C. $x + 1$ D. $2x + 2$
11. $(1+i)(1-i) =$ ()
A. 2 B. 1
C. 0 D. -1
12. 甲、乙各进行一次射击, 若甲击中目标的概率是 0.4 , 乙击中目标的概率是 0.5 , 且甲、乙是否击中目标相互独立, 则甲、乙都击中目标的概率是()
A. 0.9 B. 0.5 C. 0.4 D. 0.2
13. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为()
A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$ B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$
C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$ D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$
14. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_5 = 2$, 则 $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 =$ ()
A. 1 B. 2
C. 4 D. 8
15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()
A. 2 B. 4
C. $4\sqrt{2}$ D. 8

16.若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为()

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

D. $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

17.由 0, 1, 2, 3 四个数字, 组成没有重复数字的三位数, 共有()

A. 18 个

B. 24 个

C. 48 个

D. 64 个

第 II 卷 非选择题 (共 65 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18.圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线的方程为_____.

19.已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2n + 1$, 则以 $a_2 =$ _____.

20.设球的表面积为 4π , 则该球的体积为_____.

21.从某大学篮球队历次比赛得分中, 抽取了 8 场比赛的得分作为样本, 数据如下:

88, 74, 73, 87, 70, 72, 86, 90,

则该样本的方差为_____.

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

已知 A, B 为 $\odot O$ 上的两点, 且 $AB = 3\sqrt{3}$, $\angle ABO = 30^\circ$. 求 $\odot O$ 的半径.

23.(本小题满分 12 分)

等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_2 + a_4 = -10$. 公比 $q = -\frac{1}{3}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 4 项和.

24.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 设 P 为 C 的左顶点, 求 $\triangle PMN$ 的面积.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(一) 参考答案

一、选择题

1. D 2. B 3. A 4. B 5. B 6. C 7. D 8. C 9. C
10. A 11. C 12. D 13. A 14. A 15. C 16. C 17. C

二、填空题

18. $<$ 19. $\frac{2}{3}$ 20. $(-5, 14)$ 21. 15

三、解答题

22. 解 $\tan(\alpha + \beta) = 1$

$$(1 + \tan\alpha)(1 + \tan\beta) = 1 + (\tan\alpha + \tan\beta) + \tan\alpha \cdot \tan\beta (*)$$

$$\text{又由 } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} = 1$$

$$\text{得 } \tan\alpha + \tan\beta = 1 - \tan\alpha \tan\beta$$

代入(*)式,

$$\text{得 } (1 + \tan\alpha)(1 + \tan\beta) = 1 + 1 - \tan\alpha \tan\beta + \tan\alpha \tan\beta = 2$$

23. 解 (1) 函数的定义域为 $(0, +\infty)$.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x}. \text{ 令 } f'(x) = 0, \text{ 得 } x = 1.$$

可见, 在区间 $(0, 1)$ 上,

$$f'(x) < 0; \text{ 在区间 } (1, +\infty) \text{ 上, } f'(x) > 0.$$

则 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上为减函数; 在区间 $(1, +\infty)$ 上为增函数.

(2) 由(1)知, 当 $x = 1$ 时,

$f(x)$ 取极小值, 其值为

$$f(1) = 1 - \ln 1 = 1.$$

$$\text{又 } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \ln 2; f(2) = 2 - \ln 2.$$

$$\text{由于 } \ln \sqrt{e} < \ln 2 < \ln e,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} < \ln 2 < 1.$$

则 $f(\frac{1}{2}) > f(1), f(2) > f(1)$.

因此, $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最小值是 1.

24. 解 设点 B 的坐标为 (x_1, y_1) , 则

$$|AB| = \sqrt{(x_1 + 5)^2 + y_1^2} \quad ①$$

因为点 B 在椭圆上, 所以 $2x_1^2 + y_1^2 = 98$

$$y_1^2 = 98 - 2x_1^2 \quad ②$$

将 ② 代入 ①, 得

$$\begin{aligned} |AB| &= \sqrt{(x_1 + 5)^2 + 98 - 2x_1^2} \\ &= \sqrt{-(x_1^2 - 10x_1 + 25) + 148} \\ &= \sqrt{-(x_1 - 5)^2 + 148} \end{aligned}$$

因为 $-(x_1 - 5)^2 \leq 0$,

所以当 $x_1 = 5$ 时, $-(x_1 - 5)^2$ 的值最大,

故 $|AB|$ 也最大

当 $x_1 = 5$ 时, 由 ②, 得 $y_1 = \pm 4\sqrt{3}$

所以点 B 的坐标为 $(5, 4\sqrt{3})$ 或 $(5, -4\sqrt{3})$ 时 $|AB|$ 最大

25. 解 设 P, Q 的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

由于 OP 所在直线斜率为 1, 所以 $x_1 = y_1$

又 $OP \perp OQ$ 所以 OQ 所在直线斜率为 -1

所以 $x_2 = -y_2$

又 P, Q 都在椭圆上, 所以 $\frac{x_i^2}{6} + \frac{y_i^2}{\lambda^2} = 1 \quad i = 1, 2$

由此得: $x_i^2 = \frac{6\lambda^2}{6 + \lambda^2}$

于是 $|OP| = |OQ| = \sqrt{2} |x_i| = \frac{2\sqrt{3}\lambda}{\sqrt{6 + \lambda^2}}$

由于 $OP \perp OQ$, 所以 $\triangle POQ$ 面积 $= \frac{1}{2} |OP| \cdot |OQ| = \frac{6\lambda^2}{6 + \lambda^2}$

由假设得 $\frac{6\lambda^2}{6 + \lambda^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\lambda$

即 $\lambda^2 - 4\sqrt{2}\lambda + 6 = 0$

解得 $\lambda = 3\sqrt{2}$ 或 $\lambda = \sqrt{2}$

由于焦点在 x 轴上, 所以 $0 < \lambda < \sqrt{6}$ 所以 $\lambda = \sqrt{2}$

于是该椭圆焦距为 $2c = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{6 - \lambda^2} = 2\sqrt{6 - 2} = 2\sqrt{4} = 4$

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(二) 参考答案

一、选择题

1. C 2. B 3. A 4. B 5. D 6. B 7. B 8. B 9. A
10. B 11. D 12. A 13. C 14. D 15. A 16. C 17. D

二、选择题

18. $\sqrt{3}$ 19. 7.69 20. 9 21. $y^2 = 4x$

三、解答题

22. 解 (1) 由已知, 得 $\frac{a_n + 2}{2} = \sqrt{2S_n}$

当 $n=1$ 时, 得 $a_1 + 2 = 2\sqrt{2S_1}$,

又 $S_1 = a_1$,

则 $a_1 + 2 = 2\sqrt{2a_1}$

解之, 得 $a_1 = 2$,

当 $n=2$ 时,

得 $a_2 + 2 = 2\sqrt{2S_2}$

又 $S_2 = a_1 + a_2 = 2 + a_2$,

于是 $2\sqrt{2(2+a_2)} = a_2 + 2$

又知 $a_2 > 0$, 解之,

得 $a_2 = 6$,

当 $n=3$ 时,

得 $a_3 + 2 = 2\sqrt{2S_3}$

又 $S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 2 + 6 + a_3 = 8 + a_3$,

则 $a_3 + 2 = 2\sqrt{2(a_3 + 8)}$

又知 $a_3 > 0$, 解之, 得 $a_3 = 10$

(2) 由(1), 有 $\frac{a_n + 2}{2} = \sqrt{2S_n} (n \in \mathbf{N}_+)$,

所以 $S_n = \frac{1}{8}(a_n + 2)^2$

由此得 $S_{n+1} = \frac{1}{8}(a_{n+1} + 2)^2$,

从而 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = \frac{1}{8}[(a_{n+1} + 2)^2 - (a_n + 2)^2]$

整理, 得 $(a_{n+1} + a_n)(a_{n+1} - a_n - 4) = 0$

因为 $a_{n+1} + a_n \neq 0$, 所以 $a_{n+1} - a_n = 4$

这表明数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且公差 $d = 4$, 由(1), $a_1 = 2$

故此数列的通项公式为 $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 4$ 即 $a_n = 4n - 2$

23. 解 利润 = 销售总价 - 进货总价

设每件提价 x 元 ($x \geq 0$), 利润为 y 元, 则每天售出 $(100 - 10x)$ 件, 销售总价为 $(10 + x) \cdot (100 - 10x)$ 元

进货总价为 $8(100 - 10x)$ 元 ($0 \leq x \leq 10$)

依题意有: $y = (10 + x) \cdot (100 - 10x) - 8(100 - 10x)$

$$= (2 + x)(100 - 10x)$$

$$= -10x^2 + 80x + 200$$

$y' = -20x + 80$, 令 $y' = 0$ 得 $x = 4$

所以当 $x = 4$ 即售出价定为 14 元一件时, 赚得利润最大, 最大利润为 360 元

24. 解 由已知, 可设这三个数分别为 $\frac{a}{q}, a, aq$, 则

$$\begin{cases} a(\frac{1}{q} + 1 + q) = 21, & \text{①} \\ \frac{a}{q} + 1 + aq + 6 = 2(a + 5). & \text{②} \end{cases}$$

由 ② 得 $a(\frac{1}{q} + 1 + q) = 3a + 3$. ③

由 ①, ③ 得 $3a + 3 = 21, a = 6$.

将 $a = 6$ 代入 ①, 得 $6(\frac{1}{q} + 1 + q) = 21$, 即

$$2q^2 - 5q + 2 = 0, (2q - 1)(q - 2) = 0.$$

已知, $q > 1$, 于是 $q = 2$.

因此, 所求三个数分别为 3, 6, 12.

25. 解 本题主要考查双曲线方程及综合解题能力

根据题意, 先解方程组
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 4x - 10 = 0 \\ y^2 = 2x - 2 \end{cases}$$

得两曲线交点为
$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

先分别把这两点和原点连接, 得到两条直线 $y = \pm \frac{2}{3}x$

这两个方程也可以写成 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 0$

所以以这两条直线为渐近线的双曲线方程为 $\frac{x^2}{9k} - \frac{y^2}{4k} = 0$

由于已知双曲线的实轴长为 12, 于是有

$$9k = 6^2$$

所以 $k = 4$

所求双曲线方程为 $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(三) 参考答案

一、选择题

1. B 2. C 3. D 4. B 5. B 6. C 7. C 8. A 9. C
10. A 11. A 12. B 13. C 14. C 15. A 16. D 17. C

二、填空题

18. $\frac{1}{2}$ $\arctan \frac{1}{2}$ 3 -6 19. 1, 216

20. -72 21. $y' = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$

三、解答题

22. 解 (1) $a_1 = S_1 = 3, \frac{1}{2}n > 1$ 时,

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{3}{2}(3^n - 1) - \frac{3}{2}(3^{n-1} - 1) = 3^n$$

总之, $a_n = 3^n, n = 1, 2, \dots$

$$(2) 3^n = 243 = 3^5, \text{得 } n = 5$$

23. 解 因为点 $(-1, -1)$ 和点 $(2, -1)$ 的纵坐标相同, 所以它们关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对

称, 则 $x = \frac{1}{2}$ 是二次函数图像的对称轴, 又知二次函数的图像与 x 轴相切,

所以它的顶点坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$, 因此可设所求二次函数为 $y = a(x - \frac{1}{2})^2$

又知它的图像过点 $(2, -1)$, 则 $a(2 - \frac{1}{2})^2 = -1, a = -\frac{4}{9}$

所以 $y = -\frac{4}{9}(x - \frac{1}{2})^2$ 即 $y = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{9}x - \frac{1}{9}$

因此 $a = -\frac{4}{9}, b = \frac{4}{9}, c = -\frac{1}{9}$

24. 解 (1) 二次函数与 y 轴交于 $(0, 1)$, 一次函数的图像过 $(0, 1)$ 和 $(1, -2)$. 可设此一次函数为 $y = kx + b$, 则

$$\begin{cases} -2 = k + b \\ 1 = b \end{cases}$$

解得 $k = -3$,

此一次函数为 $y = -3x + 1$

$$(2) \Delta = (a + 1)^2 - 4(a^2 - 1) > 0$$

$$\text{即 } 3a^2 - 2a - 5 < 0$$

$$-1 < a < \frac{5}{3}$$

且 $a \neq 1$

$$\text{又 } \frac{1}{a^2 - 1} = 1$$

得 $a = \sqrt{2}$ (舍去 $-\sqrt{2}$)

25. 解 设三角形三边分别为 a, b, c 且 $a + b = 10$, 则 $b = 10 - a$.

方程 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 可化为 $(2x + 1)(x - 2) = 0$, 所以 $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 2$.

因为 a, b 的夹角为 θ , 且 $|\cos\theta| \leq 1$, 所以 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$.

由余弦定理, 得

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + (10 - a)^2 - 2a(10 - a) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 2a^2 + 100 - 20a + 10a - a^2 = a^2 - 10a + 100 \\ &= (a - 5)^2 + 75. \end{aligned}$$

因为 $(a - 5)^2 \geq 0$,

所以当 $a - 5 = 0$, 即 $a = 5$ 时, c 的值最小, 其值为 $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$.

又因为 $a + b = 10$, 所以 c 取得最小值, $a + b + c$ 也取得最小值.

因此所求为 $10 + 5\sqrt{3}$.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(四) 参考答案

一、选择题

1. C 2. A 3. C 4. A 5. C 6. B 7. B 8. A 9. A
10. B 11. D 12. A 13. C 14. D 15. B 16. B 17. D

二、填空题

18. 576π 19. 6 20. $4a$ 21. $\{x \mid x \leq 2\}$

三、解答题

22. $m = 5, n = 9$

$$\text{提示: 由已知} \begin{cases} a_m + S_n = 30 \\ a_m S_n = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_m = 3 \\ S_n = 27 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a_m = 27 \\ S_n = 3 \end{cases} \text{(舍去)}$$

由 $a_m = 3, S_n = 27$, 可求 m, n .

23. 本小题满分 12 分.

解: 由余弦定理得 $60^2 = 50^2 + c^2 - 2 \times 50 \times c \times \cos 38^\circ$,

$$\text{即 } c^2 - 78.80c - 1100 = 0,$$

$$\text{解得 } c = \frac{78.80 \pm \sqrt{78.80^2 + 4 \cdot 1100}}{2} \approx \frac{78.80 \pm 103.00}{2}.$$

舍去负值, 可得 $c \approx 90.9 \text{ cm}$.

24. 解 因为 $a^2 + c^2 - b^2 = ac$,

$$\text{所以 } \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$$

$$\text{即 } \cos B = \frac{1}{2}$$

而 B 为 $\triangle ABC$ 内角,

$$\text{所以 } B = 60^\circ. \text{ 又 } \log_4 \sin A + \log_4 \sin C = -1$$

$$\text{所以 } \sin A \cdot \sin C = \frac{1}{4}.$$

$$\text{则 } \frac{1}{2} [\cos(A - C) - \cos(A + C)] = \frac{1}{4}.$$

$$\text{所以 } \cos(A - C) - \cos 120^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\text{即 } \cos(A - C) = 0$$

$$\text{所以 } A - C = 90^\circ$$

$$\text{或 } A - C = -90^\circ.$$

$$\text{又 } A + C = 120^\circ,$$

$$\text{解得 } A = 105^\circ, C = 15^\circ;$$

$$\text{或 } A = 15^\circ, C = 105^\circ.$$

$$\text{因为 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$$

$$= 2R^2 \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} R^2$$

$$\text{所以 } \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 = \sqrt{3}, \text{ 所以 } R = 2$$

$$\text{所以 } a = 2R \sin A = 2 \times 2 \times \sin 105^\circ = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) (\text{cm})$$

$$b = 2R \sin B = 2 \times 2 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$c = 2R \sin C = 2 \times 2 \times \sin 15^\circ = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) (\text{cm})$$

$$\text{或 } a = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) (\text{cm}) \quad b = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$c = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) (\text{cm})$$

答:三边长分别为 $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\text{cm}$ 、 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 、 $(\sqrt{6} - \sqrt{2})\text{cm}$,它们的对角依次为: $105^\circ, 60^\circ, 15^\circ$.

25. 解 设山高 $CD = x$ 则 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD = x \cot \alpha$.

$\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $BD = x \cot \beta$,

因为 $AB = AD - BD$, 所以 $a = x \cot \alpha - x \cot \beta$ 所以 $x = \frac{a}{\cot \alpha - \cot \beta}$

答:山高为 $\frac{a}{\cot \alpha - \cot \beta}$ 米.

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(五) 参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. B 4. B 5. C 6. D 7. B 8. C 9. D
10. A 11. A 12. C 13. B 14. D 15. D 16. B 17. B

二、填空题

18. 3 4 19. $a \geq 8$ 20. -9 21. 22. 35, 0.00029

三、解答题

22. 解 (1) $a_1 = 1, a_2 = a_1 + d = 1 + d, a_3 = a_1 + 2d = 1 + 2d$,

$$\begin{aligned} a_1 a_3 + a_2 a_3 &= 1 \cdot (1 + 2d) + (1 + d)(1 + 2d) \\ &= 1 + 2d + 1 + 3d + 2d^2 = 2d^2 + 5d + 2 \end{aligned}$$

这是关于 d 的二次函数.

当 $d = -\frac{5}{4}$ 时, $a_1 a_3 + a_2 a_3$ 最小.

(2) 由 $a_7 = 9$ 可得:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_7 - 6d = 9 - 6d, a_2 = a_1 + d = 9 - 5d, \\ a_1 \cdot a_2 \cdot a_7 &= 9(9 - 6d)(9 - 5d) = 270d^2 - 891d + 729, \end{aligned}$$

这也是关于 d 的二次函数,二次项系数为正.

当 $d = \frac{891}{540} = \frac{33}{20}$ 时, $a_1 a_2 a_7$ 的值最小.

23. 解 (1) 设所求点为 (x_0, y_0) .

$$y' = -6x + 2, y' \Big|_{x=x_0} = -6x_0 + 2.$$

由于 x 轴所在直线的斜率为 0, 则

$$-6x_0 + 2 = 0, x_0 = \frac{1}{3}.$$

$$\text{因此 } y_0 = -3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3} + 4 = \frac{13}{3}.$$

又点 $\left(\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right)$ 不在 x 轴上, 故为所求.

(2) 设所求为点 (x_0, y_0) .

$$\text{由 (1), } y' \Big|_{x=x_0} = -6x_0 + 2.$$

由于 $y = x$ 的斜率为 1, 则 $-6x_0 + 2 = 1, x_0 = \frac{1}{6}$.

$$\text{因此 } y_0 = -3 \cdot \frac{1}{36} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 4 = \frac{17}{4}.$$

又点 $\left(\frac{1}{6}, \frac{17}{4}\right)$ 不在直线 $y = x$ 上, 故为所求.

24. 解 长为 $\frac{a}{2}$, 宽为 $\frac{h}{2}$ 时, 矩形面积最大

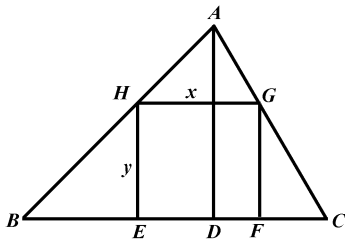
$$\text{因为 } \frac{h-y}{h} = \frac{x}{a} \quad \text{所以 } x = \frac{a(h-y)}{h}$$

$$\text{所以 矩形面积 } S = xy = \frac{a}{h}(h-y) \cdot y =$$

$$-\frac{a}{h}y^2 + ay$$

$$\text{因为 } S' = -\frac{2a}{h}y + a \quad \text{令 } S' = 0 \text{ 得 } y = \frac{h}{2}$$

此时 $x = \frac{a}{2}$, 即当长为 $\frac{a}{2}$ 宽为 $\frac{h}{2}$ 时, 矩形面积最大



$$25. \text{ 解 } \text{由题已知, } f(\theta) = \frac{1 + 2\sin\theta\cos\theta + \frac{3}{2}}{\sin\theta + \cos\theta}$$

$$\frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2 + \frac{3}{2}}{\sin\theta + \cos\theta}$$

令 $x = \sin\theta + \cos\theta$, 得

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \frac{x^2 + \frac{3}{2}}{x} = x + \frac{3}{2x} = \left[\sqrt{x} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}}\right]^2 + 2\sqrt{x} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}} \\ &= \left[\sqrt{x} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}}\right]^2 + \sqrt{6} \end{aligned}$$

由此可求得, $f(\frac{\pi}{12}) = \sqrt{6}$, $f(\theta)$ 最小值为 $\sqrt{6}$

各类成人高等学校招生统一考试全真模拟试卷

理科数学(六) 参考答案

一、选择题: 每小题 5 分, 共 85 分.

1.B 2.C 3.C 4.B 5.B 6.B 7.A 8.A 9.D
10.C 11.A 12.B 13.D 14.C 15.A 16.D 17.D

二、填空题: 每小题 4 分, 共 16 分.

18.12 19.2.3 20. $\cos x - \sin x$ 21. 90°

三、解答题: 共 49 分.

(22) 本小题满分 12 分.

解: (I) 因为 $a_3 = a_1 q^2$, 即 $16 = a_1 \times \frac{1}{4}$, 得 $a_1 = 64$,

所以, 该数列的通项公式为

$$a_n = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

(II) 由公式 $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ 得

$$124 = \frac{64(1 - \frac{1}{2^n})}{1 - \frac{1}{2}},$$

化简得 $2^n = 32$,

解得 $n = 5$.

(23) 解 因为函数定义域为实数集, $y' = 6x^2 - 6x - 12$

令 $y' = 6x^2 - 6x - 12 > 0$,

解出 $x^2 - x - 2 > 0$,

得 $x > 2$ 或 $x < -1$.

所以当 $x \in (2, +\infty)$ 时, $f(x)$ 为增函数;

当 $x \in (-\infty, -1)$ 时, $f(x)$ 也为增函数.

令 $y' = 6x^2 - 6x - 12 < 0$,

解出不等式 $x^2 - x - 2 < 0$ 的解 $-1 < x < 2$.

所以当 $x \in (-1, 2)$ 时, 函数 $f(x)$ 为减函数

(24) 本小题满分 12 分.

解:(I) 由已知:在 $\triangle AOB$ 中, $|AB| = 2\sqrt{2}$ 且 $|OA| = |OB|$,

所以 $\odot O$ 的半径 $|OA| = 2$.

又已知圆心在坐标原点 j , 可得 $\odot O$ 的方程为

$$x^2 + y^2 = 4.$$

(II) 因为 $A(2, 0), B(0, 2)$,

所以 AB 的斜率为 -1 .

可知过 O 平行于 AB 的直线的方程为

$$y = -x.$$

$$\text{解} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -x \end{cases}$$

$$\text{得} \quad \begin{cases} x = \sqrt{2}, \\ y = -\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = -\sqrt{2}, \\ y = \sqrt{2}. \end{cases}$$

所以点 P 的坐标为 $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ 或 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

(25) 本小题满分 13 分.

解:(I) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x \in \mathbf{R} \mid x \neq 0\}$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}.$$

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x_1 = -2$, $x_2 = 2$.

当 x 变化时, $f'(x)$, $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$\searrow$	4	$\nearrow$

因此函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$ ($x \neq 0$) 在区间 $(-\infty, -2)$ 内是增函数, 在区间 $(-2, 0)$ 内是减函数, 在区间 $(0, 2)$ 内是减函数, 在区间 $(2, +\infty)$ 内是增函数.

(II) 在区间 $[1, 4]$ 上,

当 $x = 1$ 时, $f(x) = 5$; 当 $x = 2$ 时, $f(x) = 4$; 当 $x = 4$ 时, $f(x) = 5$,

因此当 $1 \leq x \leq 4$ 时, $4 \leq f(x) \leq 5$,

即 $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最大值为 5, 最小值为 4.

2019 年全国成人高考高起点真题参考答案

一、选择题

1. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了补集的知识点.

【应试指导】 $\complement_U M = U - M = \{1, 2\}$.

2. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了三角函数的最小正周期的知识点.

【应试指导】函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

3. 【答案】B

【考情点拨】本题考查了简易逻辑的知识点.

【应试指导】易知 $b = 0 \Rightarrow y = kx + b$ 经过坐标原点, 而 $y = kx + b$ 经过坐标原点 $\Rightarrow b = 0$, 因此甲是乙的充要条件.

4. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了两角和的三角函数的知识点.

$$\text{【应试指导】}\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan\alpha + \tan\frac{\pi}{4}}{1 - \tan\alpha \tan\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2} \times 1} = 3.$$

5. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了函数的定义域的知识点.

【应试指导】当 $1 - x^2 \geq 0$ 时, 函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 有意义, 所以函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$ 的定义域为 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$.

6. 【答案】D

【考情点拨】本题考查了指数函数与对数函数的知识点.

【应试指导】当 $0 < x < 1$ 时, $1 < 2^x < 2, \log_2 x < 0, \log_{\frac{1}{2}} x > 0$.

7. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了绝对值不等式的知识点.

【应试指导】 $|x + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$ 或 $x + \frac{1}{2} < -\frac{1}{2}$, 即 $x > 0$ 或 $x < -1$, 故绝对值不等式的解集为 $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$.

8. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了排列组合的知识点.

【应试指导】甲乙必须排在两端的排法有 $C_2^1 A_3^2 = 4$ 种.

9. 【答案】B

【考情点拨】本题考查了向量的运算的知识点.

$$\text{【应试指导】}\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b = \frac{1}{2}(1, 1) - \frac{3}{2}(1, -1) = (-1, 2)$$

10. 【答案】D

【考情点拨】本题考查了指数函数与对数函数运算的知识点.

$$\text{【应试指导】}\log_3^1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 = 0 + 4 + 1 = 5.$$

11. 【答案】C

【考情点拨】本题考查了两点间距离的知识点.

【应试指导】令 $y = x^2 - 4x - 5 = 0$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 5$, 故 A, B 两点间的距离为 $|AB| = 6$.

12. 【答案】A

【考情点拨】本题考查了函数的奇偶性的知识点.

【应试指导】对于 A 选项, $f(-x) = -\frac{2}{-x} = \frac{2}{x} = -f(x)$, 故 $f(x) = -\frac{2}{x}$

是奇函数.

13.【答案】D

【考情点拨】本题考查了双曲线的知识点.

【应试指导】双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点在 x 轴上, 易知 $a^2 = 9, b^2 = 16$, 故 $c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$, 因此焦点坐标为 $(-5, 0), (5, 0)$

14.【答案】C

【考情点拨】本题考查了直线的位置关系的知识点.

【应试指导】两直线平行斜率相等, 故有 $-m = -2$, 即 $m = 2$.

15.【答案】B

【考情点拨】本题考查了等比数列的知识点.

【应试指导】 $a_2 a_3 a_6 a_7 = a_2 a_7 \cdot a_3 a_6 = (a_4 a_5)^2 = 36$.

16.【答案】D

【考情点拨】本题考查了函数的定义域的知识点.

【应试指导】 $f(1) = f(2 \times \frac{1}{2}) = 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$.

17.【答案】B

【考情点拨】本题考查了独立事件同时发生的概率的知识点.

【应试指导】甲乙都射中 10 环的概率 $P = 0.9 \times 0.5 = 0.45$.

二、填空题

18.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】本题考查了椭圆的知识点.

【应试指导】由题可知, $a = 2, b = 1$, 故 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$, 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

19.【答案】0

【考情点拨】本题考查了导数的知识点.

【应试指导】 $f'(x) = (x^2 - 2x + 1)' = 2x - 2$, 故 $f'(1) = 2 \times 1 - 2 = 0$.

20.【答案】4

【考情点拨】本题考查了一元一次函数的知识点.

【应试指导】由题可知 $f(2) = 2 + b = 3$, 得 $b = 1$, 故 $f(3) = 3 + 6 = 3 + 1 = 4$.

21.【答案】0.7

【考情点拨】本题考查了样本方差的知识点.

【应试指导】样本平均值 $\bar{x} = (110.8 + 109.4 + 111.2 + 109.5 + 109.1)/5 = 110$, 故样

本方差 $S^2 = [(110.8 - 110)^2 + (109.4 - 110)^2 + (111.2 - 110)^2 + (109.5 - 110)^2 + (109.1 - 110)^2] / 5 = 0.7$.

三、解答题

22. (1) 设公差为 d , 易知 $a_5 = a_3 + 2d$.

$$\text{故 } a_5 = a_3 + 2d = a_3 - 1,$$

$$\text{因此有 } d = -\frac{1}{2}$$

(2) 由前 n 项和公式可得

$$\begin{aligned} s_{20} &= 20a_1 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times d \\ &= 20 \times 2 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -55. \end{aligned}$$

23. (1) 由 $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 得 $C = 45^\circ$ 故 $A = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$, 因此 $\cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$$(2) \text{ 由正弦定理 } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C},$$

$$\text{故 } AB = \frac{BC \sin C}{\sin A}$$

$$= \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{6}.$$

24. (1) $\odot M$ 可化为标准方程 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = (2\sqrt{2})^2$,

其圆心 M 点的坐标为 $(1, -1)$, 半径为 $r_1 = 2\sqrt{2}$,

$\odot O$ 的圆心为坐标原点, 可设其标准方程为 $x^2 + y^2 = r_2^2$,

$\odot O$ 过 M 点, 故有 $r_2 = \sqrt{2}$,

因此 $\odot O$ 的标准方程为 $x^2 + y^2 = 2$.

$$(2) \text{ 点 } M \text{ 到直线的距离 } d_1 = \frac{|1+1+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}, \text{ 点 } O \text{ 到直线的距离 } d_2 = \frac{|0+0+2|}{\sqrt{2}}$$

$= \sqrt{2}$, 故 $\odot M$ 和 $\odot O$ 的圆心到直线 $x-y+2=0$ 的距离均等于其半径, 即直线 $x-y+2=0$ 与 $\odot M$ 和 $\odot O$ 都相切.

25. $f'(x) = 6x^2 - 12$, 令 $f'(x) = 0$,

$$\text{可得 } x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2},$$

当 $x < -\sqrt{2}$ 或 $x > \sqrt{2}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ 时, $f'(x) < 0$;

故 $f(x)$ 的单调增区间是 $(-\infty, -\sqrt{2}]$, $(\sqrt{2}, +\infty)$.

单调减区间是 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

当 $x = -\sqrt{2}$ 时, 函数取得极大值 $f(-\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 1$;

当 $x = \sqrt{2}$ 时, 函数取得极小值 $f(\sqrt{2}) = -8\sqrt{2} + 1$.

2020 年全国成人高考高起点真题参考答案

一、选择题

1.D 2.D 3.D 4.C 5.B 6.A 7.D 8.C 9.D
10.A 11.B 12.D 13.D 14.D 15.A 16.B 17.B

二、填空题

18. -4 19. 0.432 20. 9 21. -2

三、解答题

22.(1) 由正弦定理得

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C},$$

$$\text{即 } \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}, \text{ 解得 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故 $C = 60^\circ$ 或 120° .

(2) 由余弦定理得

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{3 + AC^2 - 1}{2\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

解得 $AC = 1$ 或 $AC = 2$.

当 $AC = 1$ 时,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

当 $AC=2$ 时,

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

23.(1) $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$.

故函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 故其单调区间为 $\mathbf{R}$.

(2) 令 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{4}$, 则有

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 < 0, f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 > 0,$$

又由于函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 故其在 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 内存在零点,

$$\text{且 } b - a = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < 0.5 \text{ (答案不唯一).}$$

24.(1) 由题可知,

$$a_4 = a_2 + 2d = -2 + 2d = -1,$$

$$\text{可得 } d = \frac{1}{2}.$$

$$\text{故 } a_n = a_2 + (n-2)d = -2 + (n-2) \times \frac{1}{2} = \frac{n}{2} - 3.$$

(2) 由(1)可知 $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$,

$$\text{故 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3)}{2} = \frac{1}{4}n(n-11).$$

25.(1) 由题知 $2a = 8, 2c = 2\sqrt{7}$,

$$\text{故 } a = 4, c = \sqrt{7}, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 7} = 3,$$

$$\text{因此椭圆方程为 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

(2) 设圆的方程为 $x^2 + y^2 = R^2$,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点, 设其在第一象限的交点为 A ,

则有 $OA = R$, A 点到 x 轴与 y 轴的距离相等,

$$\text{可求得 } A \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right),$$

而 A 点也在椭圆上,故有 $\frac{R^2}{16} + \frac{R^2}{9} = 1$,

解得 $R = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

2021 年全国成人高考高起点真题参考答案

一、选择题

1.A 2.D 3.D 4.B 5.C 6.B 7.A 8.D 9.A 10.B
11.A 12.D 13.C 14.C 15.B 16.C 17.A

二、填空题

18. $x + 2y - 5 = 0$ 19. 2 20. $\frac{4\pi}{3}$ 21. 62.25

三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OB = r$.

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$, 解得 $r = 3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

23. (I) 由已知得 $a_1 q + a_1 q^3 = -10$,

又 $q = -\frac{1}{3}$, 所以 $a_1 \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{27} \right) = -10$, 解得 $a_1 = 27$,

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 27 \times \left(-\frac{1}{3} \right)^{n-1}$.

(II) $a_1 + a_3 = \frac{1}{q}(a_2 + a_4)$, 又 $a_2 + a_4 = -10$, 故 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$.

所以 $\{a_n\}$ 的前四项和为 20.

24. (I) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26$, $f(0) = 2$, $f(1) = 1$, $f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

25. (I) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(Ⅱ) 由(Ⅰ)得 $P(-2, 0)$, 故 $|PM| = \sqrt{5}$, 直线 PM 的方程为

$$x + 2y + 2 = 0,$$

因此点 N 到直线 PM 的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} + 2 \times \frac{1}{2} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

所以 $\triangle PMN$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$.